【カテゴリーⅡ】

日本建築学会構造系論文集 第88巻 第807号，758-767，2023年5月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, Vol. 88, No. 807, 758-767, May, 2023
DOI https://doi.org/10.3130/aijs.88.758

粘性ダンパーによる複数地震応答の最大層間変形角の一様化方法

METHOD FOR UNIFORMIZING MAXIMUM INTER-STORY DRIFT ANGLE OF MULTIPLE SEISMIC RESPONSES IN ELASTIC EQUIVALENT SHEAR-SPRING MODEL WITH VISCOUS DAMPER

鈴 木 光 雄 *1
Mitsuo SUZUKI

This paper proposes a method of uniform response of an equivalent shear-spring model with viscous dampers. First, we propose an equivalent stiffness to evaluate the effect of the Maxwell model and confirm the validity of the results of eigenvalue analysis by using the equivalent stiffness in the primary mode.　Next, to uniformize inter-story drift angle responses that envelop the maximum values of time history analyses for multiple earthquakes, we apply the equivalent stiffness to a method using closed-form representations of the primary mode. The results confirm that the method of controlling viscous damping via the equivalent stiffness is effective.

Keywords: *Uniform inter-story drift angle, Maxwell model, Equivalent stiffness, Control, Non-linear viscous damper*
一様層間変形角，　Maxwell モデル，等価剛性，制御，非線形粘性ダンパー

1.　はじめに

地震時の建物各層の応答一様化を図ることは、層崩壊防止のために有効であるものと考えられる。これは、各層の塑性化による吸収エネルギーが変形と正の相関関係にあることから、最大層間変形の分布において変形の過大な層がないことが、相対的な損傷集中層がないことと等価であると考えられることによる。多くの地震経験を経て有効性が実証されている新耐震設計法でも、設計用せん断力時の建物各層の変形分布に対して剛性率で評価が行われ、他の階に比べ相対的に変形角の大きい層では、保有水平耐力を割り増すことが求められている。特定層の損傷集中を防止するための既往の研究[1),2)]においても最大応答層間変形角の一様化が目標とされており、応答一様化を目標とすることに妥当性があるものと考えられる。

応答の一様化は、最大応答変形角の低減にも有効になるものと期待される。これは、許容される変形内で各層が均等に変形することで、建物全体として効率よくエネルギー吸収が行われ、結果、最大応答変形角の低減につながるものと考察されることによる。文献 3 では、弾性モデルに対し剛性による応答一様化を行った結果、最大応答値が低減されることが確認されている。文献 4 では弾塑性の場合の応答一様化を行い、この場合も概ね最大応答値が低減されることが確認されている。最大応答値を最小化する制振装置の最適な配置に関する既往の研究[5)]でも、制振装置が配置された層では一様な応答分布となっていることが確認される。

設計実務では、設計地震動は直下型、海洋型を含む複数の地震動に対して安全性確認が求められ、最大応答変形角の包絡値がクライテリア以内であることが必要となる。文献 3 では、本論で用いる複数の地震動の包絡した応答値に対して、剛性を制御した結果の一様な応答は、制御前の応答に比べ、個々の地震動の応答においても概ね一様な応答状態に近づくことが確認されている。この点から、包絡した結果に対して一様化を行うことで、個々の地震動に対しても応答性状の向上が期待される。

応答の一様化について、文献 3 で建物剛性を制御することにより実現できることが示され、文献 4 では、剛性と耐力が正の相関を有することを利用して、弾塑性ダンパーの剛性を制御して応答の一様化を試みた。これらは、一次固有モード逆問題の閉形式を利用して剛性を制御する方法である。本論は、粘性ダンパーによる応答の一様化を試みるものである。一般に建築で使用される減衰量は少なく、粘性減衰は構造体に減衰のみを付与させ、固有周期に対しては影響がないものとして扱われることが多い。減衰を考慮した複素固有値解析を行うと、減衰の影響が現れ固有周期が短くなることが確認される。固有周期が短くなるということに関しては、減衰を考慮した等価剛性を考えることにより構造体の性状を評価できる可能性があり、等価剛性が得られれば、文献 3、4 と同様に剛性制御による一様化手法の適用の可能性が考えられる。

本論では、粘性ダンパーを用いて、複数地震動の包絡応答の一様化を試みる。手法は、文献 3、4 と同様に一次固有モード逆問題の閉形式を利用するもので、粘性減衰の影響を考慮して等価剛性に置き換えることにより適用する。等価剛性は粘性係数を用いて初等関数で表現されており、求める剛性に対応する減衰係数を陽な形で表

*1　山下設計　構造設計部　博士（工学）　　Yamashita Sekkei Inc., Structural Design Dept., Dr.Eng.

現される形式となっている。これにより、本論では複素固有値解析を用いることなく応答の一様化が可能となっている。

複数地震動に対する最大層間変形の包絡分布を対象とする研究として文献 6 が挙げられる。この文献では粘性ダンパー付きフレームモデルの弾塑性応答を対象としているが、検討の前段階では質点のせん断型モデルの最適な減衰分布を求め、この結果を利用している。この方法は、文献 7 に示されており、初期時に各層に配置された減衰から、各層ごとに減衰をある割合で減らして地震応答解析を行い、応答増大の影響度が低い層の減衰を減らして最適な減衰分布を求めるものである（減衰の初期条件によっては上記で減衰を増やす操作となる）。この方法は簡易に最適な減衰分布を求めることができ、汎用性の高い方法と考えられるが、各層の減衰の影響を調べるたびに地震応答解析が必要となる。このために、有効な構造物への総入力エネルギーを基準化する方法が提案され、ダブルインパルスのみの極限応答（共振応答）により複数地震動に対する最大層間変形を上回る包絡分布が合理的に求められることが示されている。ただし、ダブルインパルスの応答が個々の地震動の応答を包絡して上回る割合は、パルス性の地震動に比べ、ランダム性の地震動の方が大きくなる等の特徴がある。包絡応答が個々の地震応答を上回る割合は、地震動の発生確率にも関係するものと考えられ、設定されたダブルインパルスの入力レベルが、例えばレベル２相当か、余裕度確認レベルの地震動として考えるべきかなどについては検討が必要となるものと考えられる。

本論の方法は、先にも述べた通り、一次モード形を利用して等価せん断モデル全体の減衰分布を調整していく方法であり、各層ごとの減衰効果を確認する方法に比べ、比較的少ない繰り返し回数（本論では 5 回と設定）で減衰分布を求めることができる。このため、設定された入力レベルの複数の地震応答結果を直接用いることにしており、実用的であるものと考える。ただし、地震応答解析による性能検証では、選択されるべき検討地震動の種類や数については、十分な知見が得られていないものといえる。この点で、文献 6 のエネルギーを基準にしたダブルインパルスを用いる方法では、検討すべき地震動の見逃しへの担保やロバスト性の付与が期待される。一方、本論の方法を採用する場合、地震動の不確実性については、応答の余裕度を確保するなどの別途配慮が必要となる。

なお、本論の方法は、弾塑性建物に適用した文献 4 と同様に剛性による制御を基にしていることから、弾塑性建物への適用可能性が期待される。ただし、本論は、実用的な観点で非線形粘性ダンパーによる性能指定も目的とし、建物モデルについては応答性状が明確となる弾性で基本検討を行う。また、非線形粘性ダンパーについてはバイリニア型ダンパーとべき乗型ダンパーの Maxwell モデルで地震応答解析を行うこととしている。一様化手法を適用で減衰を制御する際に等価線形減衰係数に置き換えて対応しているが、最終的な結果は非線形ダンパーの応答結果となっている。

２． 粘性減衰を考慮した等価剛性

非比例減衰分布の構造物のモード算出は、複素固有値解析による必要がある。複素固有値解析では、建物のある層に減衰を付加することにより、当該層のモード層間成分が減少する効果が確認できる。ただし、実務設計においては、複素固有値解析のなじみが薄く、また、本論では繰り返しの計算を前提とするため、なるべく簡易に評価できることが望ましい。このため、以下に粘性減衰を考慮した等価剛性についての考察を行う。

（１）粘性減衰分布を考慮したモードの層間成分について

n質点の制振装置付きの等価せん断型モデルを考え、本体建物のj層の質量、せん断剛性、減衰係数をm_j、k_j、c_jとする。制振装置は Fig.1 に示す剛性と減衰機構が直列に接続された Maxwell モデルである。

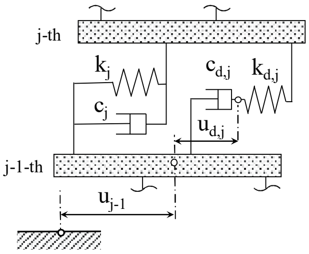


Fig.1 Shear spring model with Maxwell model

Maxwell モデルの減衰係数とばね剛性をそれぞれ$c_{d,j}$、$k_{d,j}$とする。各層に接続される Maxwell モデルの剛性と減衰機構との中間節点の変位$u_{d,j}$は、接続する下層からの相対変位とする（Fig.1）。

s次の固有値$\lambda^{(s)}$、固有モード成分を$u_j^{(s)}$とする。固有値問題におけるs次の場合のj層の質点の関係式と、Maxwell モデルの中間接点に関する関係式から下式が導かれる。右上の括弧内はモード次数を示す。

$$\begin{aligned}\lambda^{(s)^2} m_j u_j^{(s)} + \lambda^{(s)} c_j\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right) - \lambda^{(s)} c_{j+1}\left(u_{j+1}^{(s)} - u_j^{(s)}\right)& \\ + k_j\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right) - k_{j+1}\left(u_{j+1}^{(s)} - u_j^{(s)}\right)& \\ + k_{d,j}\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)} - u_{d,j}^{(s)}\right) - k_{d,j+1}\left(u_{j+1}^{(s)} - u_j^{(s)} - u_{d,j+1}^{(s)}\right) = 0&\end{aligned} \tag{1}$$

$$\lambda^{(s)} c_{d,j} u_{d,j}^{(s)} - k_{d,j}\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)} - u_{d,j}^{(s)}\right) = 0 \tag{2}$$

(1)式について、$n \sim j$層の式を足し合わせると下式の通りとなる。

$$\begin{aligned}\lambda^{(s)^2} \sum_{l=j}^{n} m_l u_l^{(s)} + \lambda^{(s)} c_j\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right) + k_j\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right)& \\ + k_{d,j}\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)} - u_{d,j}^{(s)}\right) = 0&\end{aligned} \tag{3}$$

固有値$\lambda^{(s)}$と固有モード成分$u_j^{(s)}$は一般に複素数となる。s次の固有値$\lambda^{(s)}$は、固有円振動数$\omega^{(s)}$、減衰定数$h^{(s)} (\leq 1)$、虚数単位iを用いて次式のように表される。

$$\lambda^{(s)} = \xi^{(s)} + \eta^{(s)} i \tag{4}$$

$$\xi^{(s)} = -h^{(s)} \omega^{(s)}, \ \eta^{(s)} = \omega^{(s)} \sqrt{1 - h^{(s)^2}} \tag{5}$$

（２）粘性減衰を考慮した等価剛性の誘導 [8)]

(2)式を$u_{d,j}^{(s)}$に関し解き(3)式に代入すると$\left|\Delta u_j^{(s)}\right| \left(\equiv \left|u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right|\right)$は下記のように表される。

$$\left|\Delta u_j^{(s)}\right| = \sqrt{\left(A_{d,j}^{(s)^2} + B_{d,j}^{(s)^2}\right)} \sum_{l=j}^{n} m_l \left|u_l^{(s)}\right| \tag{6}$$

$A_{d,j}^{(s)}$、$B_{d,j}^{(s)}$は、m_j、k_j、c_j、$c_{d,j}$、$k_{d,j}$および、固有円振動数$\omega^{(s)}$、減衰定数$h^{(s)}$から構成される。具体的な表現を付録 A[9)] に示す。

次に、$h^{(s)} \omega^{(s)} c_j \ll k_j$、$h^{(s)} \omega^{(s)} c_{d,j} \ll k_{d,j}$を仮定すると、下式が得られる。

$$\sqrt{A_{d,j}^{(s)^2} + B_{d,j}^{(s)^2}} \cong \omega^{(s)^2} / {}_{eq}k_j \tag{7}$$

ここで、

$${}_{eq}k_j = \sqrt{\left(k_j + {}_{eq}k_{d,j}\right)^2 + \omega^{(s)^2}\left(c_j + {}_{eq}c_{d,j}\right)^2} \tag{8}$$

$${}_{eq}k_{d,j} = {\rho_{d,j}}^2 k_{d,j} / \left(1 + {\rho_{d,j}}^2\right) \tag{9}$$

$${}_{eq}c_{d,j} = c_{d,j} / \left(1 + {\rho_{d,j}}^2\right) \tag{10}$$

$$\rho_{d,j} = \omega^{(s)} c_{d,j} / k_{d,j} \tag{11}$$

である。ここで、建物モデルの全ての減衰が無い（無減衰時）状態の質量と剛性のみの場合について考える。(6)式に対応させると、モード層間成分$\Delta u_j^{(s)}\left(\equiv u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right)$は下式の通り表される。

$$\Delta u_j^{(s)} = \frac{{\omega^{(s)}}^2}{k_j} \sum_{l=j}^{n} m_l u_l^{(s)} \tag{12}$$

(6)、(7)式と(12)式を比較すると、${}_{eq}k_j$は Maxwell モデルを含めた等価な層剛性とみなせる。等価剛性${}_{eq}k_j$と質量のみを用いて固有値解析を行えば、複素固有値解析を行うことなく任意の減衰分布を有する建物の一次モードの周期、モード形を算出することが可能となるものと考えられる。ここで、${}_{eq}k_j$の算出に必要な$\omega^{(s)}$は減衰を考慮したものであるべきであるが、あらかじめ知ることができない。本章では簡易に無減衰時の一次モードの$\omega^{*(1)}$を採用して${}_{eq}k_j$を設定するものとする。

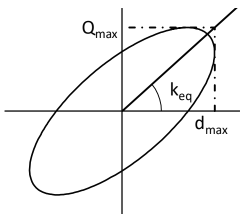


Fig.2 Equivalent stiffness

なお、${}_{eq}k_j$は、Fig.1 の層に正弦波の強制変形加振した時の最大変位d_{max}と最大発生力Q_{max}から得られる剛性に対応する(Fig.2)。また、接続ばねが無限大の一般減衰の場合は$\rho_{d,j} = 0$となり、等価剛性${}_{eq}k_{0,j}$は下式で表され、文献 10 に示されたものと同じ形となる。

$${}_{eq}k_{0,j} = \sqrt{{k_j}^2 + {\omega^{(s)}}^2 \left(c_j + c_{d,j}\right)^2} \tag{13}$$

（３）等価剛性による固有周期と減衰の検証 [8]

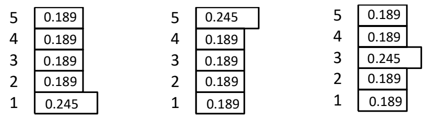
5 層の制振装置付き建物の一次モードの層間成分について検討する。以下に示すように、建物の無減衰の 1 次モード層間成分の分布で最下層、最上層、中間層のモード成分が大きい 3 ケース（Fig.3）および、減衰分布で最下層、最上層、中間層に集中的に配置される 3 ケースを考え（Fig.4）、それぞれを組み合わせた合計 9 ケースの固有値解析を行う。

建物の各層の重量を 10000(kN)、固有周期$t^{(1)}$を 1.0(s)とする。減衰については、モデル全体の減衰係数の総和を設定し、各層に分布させることを考える。建物全体の Maxwell モデルの減衰量の総和をc_sとし、無減衰時の一次固有円振動数$\omega^{*(1)}$および、各層の剛性の総和を対象とした剛性比例型減衰の減衰定数h_sを用いて下式により定義する。

$$c_s = 2h_s / \omega^{*(1)} \sum_{l=1}^{n} k_l \tag{14}$$

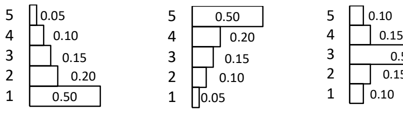
$h_s = 0.1$として Fig.3(a)~(c)の各モード分布の建物ごとにc_sを求め、Fig.4 (a)~(c)の分布割合で減衰を分布させる。

ここで、接続剛性無限大の一般減衰の場合と、Maxwell モデルの場合について固有値解析を行う。一般に Maxwell モデルの減衰を増やすと、減衰力に抵抗するため接続剛性を増やす必要に迫られる。このため、Maxwell モデルでは、接続剛性が減衰係数に比例するものとして$k_{d,j}/c_{d,j}$=20.0(1/s)で一定とし、$\omega^{(1)}$=2π/1.0(1/s)より$\rho_{d,j} =$ 0.31とした。



(a)Model_B　(b)Model_T　(c)Model_M

Fig.3　Inter-story component in primary mode



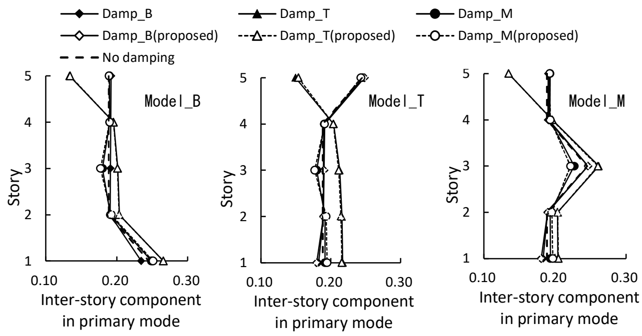
(a)Damp_B　(b)Damp_T　(c)Damp_M

Fig.4 Inter-story component of damping

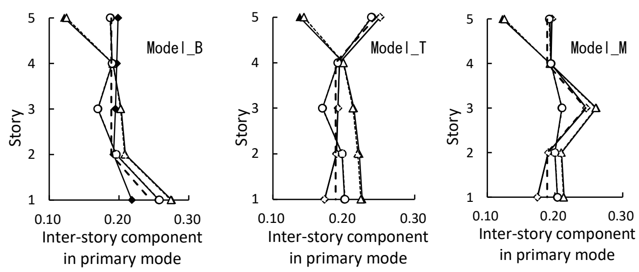
Maxwell モデルの場合の複素固有値解析から求められた一次モードの層間成分絶対値$\left|\Delta u_j^{(1)}\right|$と、$\omega^{(1)} = \omega^{*(1)}$とした${}_{eq}k_j$を用いて実数の固有値解析から求めた略算値$\Delta\,{}_p u_j^{(1)}$との比較を Fig.5 に示す。各ケースの$\Delta u_j^{(1)}$に対する$\Delta\,{}_p u_j^{(1)}$の誤差は最大 4.3%程度である。Fig.6 には固有周期の略算値 ${}_p t^{(1)}$と複素固有値解析による精算値$t^{(1)}$との比較を示す。誤差は最大 1.2%程度である。減衰定数に関しては、略算値$\Delta\,{}_p u_j^{(1)}$を用いて、吸収エネルギーに基づき下式により略算の ${}_p h^{(s)}$で評価する [9]。

$${}_p h^{(s)} = \frac{\omega^{(s)}}{2} \sum_{l=1}^{n} \left(c_l + {}_{eq}c_{d,l}\right) \Delta\,{}_p {u_l^{(s)}}^2 \Bigg/ \sum_{l=1}^{n} k_l \Delta\,{}_p {u_l^{(s)}}^2 \tag{15}$$

結果を Fig.7 に示す。複素固有値解析による精算値$h^{(1)}$と略算値${}_p h^{(1)}$の誤差は最大 4.4%程度となっている。



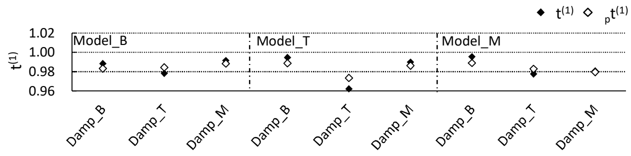
(a) Damping only ($k_d = \infty$)



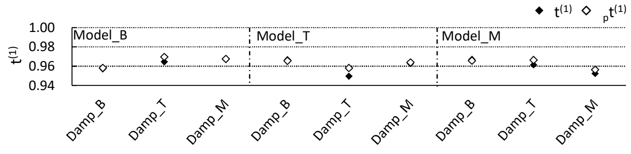
(b) Maxwell model($\rho_{d,j}$=0.31)

Fig.5 Inter-story component in primary mode

以上より、等価剛性${}_{eq}k$ と質量のみを用いた実数での固有値解析で、非比例減衰の一次モードの特性を比較的精度よく算出できることが確認された。

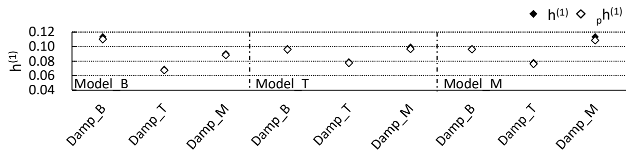


(a) Damping only

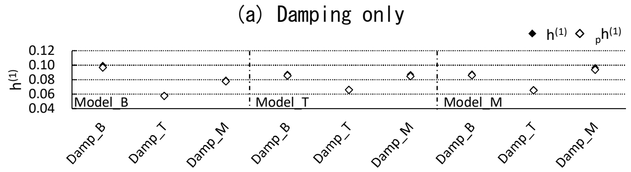


(b) Maxwellmodel

Fig.6 Natural period



(a) Damping only



(b) Maxwell model

Fig.7 Damping constant

3． 減衰による応答一様化方法

(8)式からわかる通り$\rho_{d,j}$を一定として減衰を増やせば、等価剛性が増加する。この関係式から減衰を調整して剛性を制御することを考える。

（1）一次固有モード逆問題の閉形式

${}_{eq}k_j$による固有値解析は、無減衰モデルの固有値問題と同じ形式となり、${}_{eq}k_j$について整理すると下式の通りとなる [12]。

$${}_{eq}k_j = \left(\omega^{(s)^2}\sum_{l=j}^{n} m_l u_l^{(s)}\right)/\left(u_j^{(s)} - u_{j-1}^{(s)}\right) \tag{16}$$

s=1 の場合、(16)式は一次固有モード逆問題に対する閉形式である。

（2）一次モード層間成分の設定

本論の手法は、目標とする層間変形分布を実現する一次モードの分布を設定し、(16)式で固有周期を固定して剛性を算出する。繰り返し計算の中で、一次モードの分布は、現状の一次モードの層間成分に係数r_jを掛けて更新する。

$${}_{upd}\Delta u_j^{(1)} = r_j \Delta u_j^{(1)} \tag{17}$$

弾性応答を扱った文献 3 では、目標とする応答層間変形分布を${}_{tg}\Delta d_j$とし、複数地震動の時刻歴応答解析結果を包絡した各層の最大応答層間変形Δy_jを用い、${}_{tg}\Delta d_j$に対する各層変形Δy_jの比を${}_{dy}p_j$ $(\equiv \Delta y_j/{}_{tg}\Delta d_j)$とし、その逆数${}_{dy}p_j^{-1}$をとり、$r_j = {}_{dy}p_j^{-1}$として取り扱った [12]。

一方、弾塑性応答を扱った文献 4 では、各層の剛性比に対する応答比の変動が大きいことから、$\Delta u_j^{(1)}$から${}_{upd}\Delta u_j^{(1)}$への更新時の増分を分割して刻み、係数r_jを下式の通り設定した。

$$r_j = 1 - \left(1 - {}_{dy}p_j^{-1}/\overline{{}_{dy}p^{-1}}\right)\cdot 1/n_u \tag{18}$$

ここで、n_uは$\Delta u_j^{(1)}$から${}_{upd}\Delta u_j^{(1)}$への増分の分割数を示す。また、$\overline{{}_{dy}p^{-1}}$は、各層の${}_{dy}p_j^{-1}$の平均値を示す。本論では、非線形の粘性ダンパーを取り扱うことから(18)式を採用する。

（3）減衰係数の更新

Maxwell モデルの接続剛性は減衰力を負担するため、減衰力に見合った断面の部材で構成される必要がある。本論では、減衰係数$c_{d,j}$とばね剛性$k_{d,j}$が比例するものとし、$c_{d,j}/k_{d,j}$を定数として扱い、円振動数$\omega^{(1)}$は等価剛性から得られた固有周期を採用するものとし、$\rho_{d,j}$についても定数として扱う。

(16)式、(8)式を${}_{upd}c_{d,j}$に関して整理すると下式のような二次方程式となり、解の公式より${}_{upd}c_{d,j}$が得られる（正の解を採用）。

$${}_2q_{cd,j}^{(1)}\cdot {}_{upd}c_{d,j}{}^2 + {}_1q_{cd,j}^{(1)}\cdot {}_{upd}c_{d,j} + {}_0q_{cd,j}^{(1)} = 0 \tag{19}$$

各係数は以下のようになる。

$${}_2q_{cd,j}^{(1)} = \omega^{(1)^2} \tag{20}$$

$${}_1q_{cd,j}^{(1)} = 2\left(\rho_{d,j}k_j + \omega^{(1)}c_j\right)\omega^{(1)} \tag{21}$$

$${}_0q_{cd,j}^{(1)} = \left(1 + \rho_{d,j}{}^2\right)\left(k_j^2 + \omega^{(1)^2}c_j{}^2 - {}_{eq}k_j{}^2\right) \tag{22}$$

（4）非線形粘性ダンパーの減衰係数設定

実際に用いられる粘性ダンパーは非線形特性を有し、代表的なものとしてバイリニア型とべき乗型があげられる。等価剛性の算出では線形のダンパーを仮定していたため、これらの非線形ダンパーの等価な線形ダンパーの置き換える方法を以下に示す。

1）非線形粘性ダンパー特性

バイリニア型とべき乗型のダンパー減衰力F_dと速度$v(\geqq 0)$との関係を下記に示す。

《バイリニア型》(Fig.8(a))

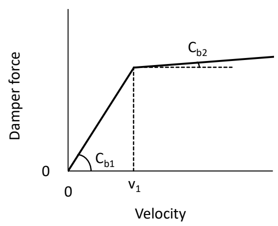
$$F_d = \begin{cases} c_{b1}v & , \quad v < v_1 \\ c_{b1}v_1 + c_{b2}(v - v_1), & \quad v \geqq v_1 \end{cases} \tag{23}$$

c_{b1}:一次減衰係数、c_{b2}:二次減衰係数、v_1:リリーフ速度

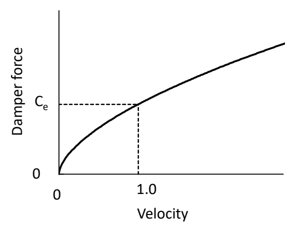
《べき乗型》(Fig.8(b))

$$F_d = c_e v^{\alpha} \tag{24}$$

c_e:減衰係数、α:べき指数値(0≦α≦1.0)



(a) Bilinear type



(b) Exponential type

Fig.8 Relations of damper force and velocity

2）エネルギー吸収量 [13]

本論では、調和強制加振時の吸収エネルギーが等価な線形のダンパーに置き換える。円振動数ω、振幅δの調和強制加振時のエネルギー吸収量ΔWは下記の通りである。

《線形ダンパー》

$$\Delta W = \pi c \delta^2 \omega \tag{25}$$

《バイリニア型》

$$\Delta W = S_b \pi c_{b1} \delta^2 \omega \tag{26}$$

$$S_b = (1 - c_{b2}/c_{b1})(sin\beta - \beta)/\pi + 1 \tag{27}$$

$$\beta = \begin{cases} 2cos^{-1}(v_1/\delta\omega) & ,\delta\omega \geqq v_1 \\ 0 & ,\delta\omega < v_1 \end{cases} \tag{28}$$

《べき乗型》

$$\Delta W = S_e \pi c_e \delta^{1+\alpha} \omega^{\alpha} \tag{29}$$

$$S_e = 2/\sqrt{\pi}\cdot\Gamma\left((\alpha+2)/2\right)/\Gamma\left((\alpha+3)/2\right) \tag{30}$$

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty}e^{-a}a^{x-1}da,\quad (x>0) \tag{31}$$

べき乗型では、Γ関数で表現されるため、数値計算には困難を伴う。このためS_eに関し近似式として下式を提示する（Fig.9）。

$$S_e\cong(1-4/\pi)\alpha^{0.8}+4/\pi \tag{32}$$

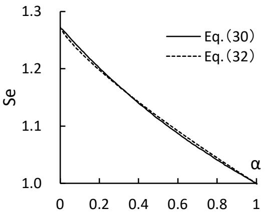


Fig.9 Coefficient of energy absorption in exponential type damper

３）減衰係数の設定

線形ダンパーと非線形粘性ダンパーのエネルギー吸収量を等置し、繰り返し計算で更新された${}_{upd}c_d$から、下式により非線形粘性ダンパーの減衰係数を算出する。

《バイリニア型》

$$c_{b1}={}_{upd}c_d/S_b \tag{33}$$

《べき乗型》

$$c_e={}_{upd}c_d/(S_e\delta^{\alpha-1}\omega^{\alpha-1}) \tag{34}$$

（５）粘性ダンパーによる応答一様化方法

上記をもとに、粘性ダンパーによる応答層間変形分布を実現する建物剛性の制御方法を以下に示す。

$Step0$　建物諸元（質量、剛性、減衰）および、目標とする建物固有周期（円固有振動数ω）と層間変形分布を設定する。

$Step1$　(8)式の${}_{eq}k_j$による固有値解析および時刻歴応答解析（非線形ダンパーモデル）を行い、固有モード、最大応答層間変形を求める。

$Step2$　複数地震動の包絡応答結果をもとにした、(17)式で求められる${}_{upd}\Delta u_j^{(1)}$から、(16)式により等価剛性${}_{eq}k_j$を設定する。

$Step3$　設定された等価剛性${}_{eq}k_j$が建物剛性より大きい場合、(19)式より${}_{upd}c_{d,j}$を求め、(33)または(34)式で非線形ダンパーの減衰に置き換え$Step1$に戻る。以降$Step1,2,3$を繰り返し、目標とする応答層間変形分布に達した時点で演算を終了する。

$Step1$の(8)式、$Step2$の(16)式、$Step3$の(19)、(33)、(34)式を用いる際のωは、$Step0$で設定したωとする。最終的な一様化後の${}_{eq}k_j$による固有周期は(16)式で設定する固有周期（円固有振動数ω）と等しくなる。ダンパーについては、$Step1$の時刻歴応答解析では非線形ダンパーの Maxwell モデルを扱い、$Step3$でダンパーの減衰係数を更新する際にエネルギー吸収量が等価な線形減衰係数を利用するものとしている。この結果、最終的に得られる一様な時刻歴応答解析結果は非線形ダンパーの応答結果である。

また、本検討では、増分の分割数n_uを Table1 のように設定し、繰り返し回数が増えるごとに増加させている。

Table 1 Number of divisions for mode component update

Number of iteration	1~2	3~4	5
Number of divisions n_u	2	5	10

なお、6 章で扱うようなパラメトリックな解析で解析結果値を比較する場合、収束過程における増分分割数n_uの影響について条件を合わせておくことが求められる（6 章参照）。このため、繰り返し計算の回数は 5 回としている。これに合わせる形で、本論は繰り返し計算の回数は 5 回で統一した。

一様化の程度を評価する指標として、${}_{dy}p_j$の各層の平均値$\overline{{}_{dy}p}$と${}_{dy}p_j$を用い、下式のe_uを用いる。

$$e_u=\left|1.0-{}_{dy}p_j/\overline{{}_{dy}p}\right|_{max} \tag{35}$$

４． 入力地震動およびレベル

本論で対象とする地震動は、文献 3、4 と同様、設計実務を念頭にし、建設省告示第 1461 号に定められるスペクトルで作成された地震動（以下、告示波）と、観測地震波（最大速度 0.5m/s）の El Centro1940(NS)、Taft1952(EW)、Hachinohe1968(NS)、および BCJ-L2 を 0.815 倍したものである。告示波の位相は Hachinohe1968(NS)（図凡例 Code_Hachi 表示）、JMA-Kobe1995(NS) （同 Code_Kobe 表示）とする。また、BCJ-L2 の 0.815 倍は速度応答スペクトルを告示波と同じ設定とし、告示波のランダム位相に準じるものとして設定した。

５． 減衰による応答一様化方法の解析結果

本章では、3 章(5)の方法の非線形ダンパーによる剛性制御の妥当性を確認するため、文献 3 に倣い建物全層の一様化を試みる。

（１）検討モデル

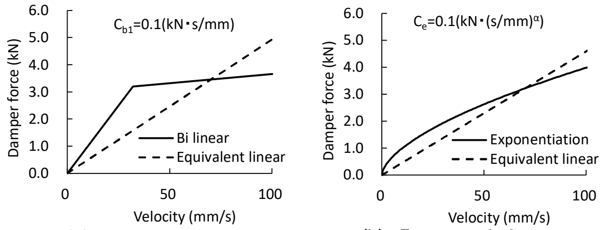
解析モデルは 20 層のせん断型モデルとし、各層の重量を 10,000(kN)、階高ΔH_jを 4.0(m)、建物高さH=80(m)、固有周期$t^{(1)}$=2.4(s)(= $0.03H$)と設定する。剛性は最上部を最下部の 1/2 として各階を線形補間して設定した(Table 2)。構造体は弾性とし、減衰は剛性比例型とし一次モードの減衰定数$h^{(1)}$=0.02とする。

Table 2 Parameters of the analytical model

Story	Height (mm)	Weight $W_j=m_j\cdot g$ (kN)	Stiffness k_j (kN/mm)
20	4000	10000	714
19	4000	10000	752
18	4000	10000	789
17	4000	10000	827
16	4000	10000	865
15	4000	10000	902
14	4000	10000	940
13	4000	10000	977
12	4000	10000	1015
11	4000	10000	1053
10	4000	10000	1090
9	4000	10000	1128
8	4000	10000	1165
7	4000	10000	1203
6	4000	10000	1240
5	4000	10000	1278
4	4000	10000	1316
3	4000	10000	1353
2	4000	10000	1391
1	4000	10000	1428

粘性ダンパーとしてバイリニア型とべき乗型の２ケースを検討する。バイリニア型の特性はv_1=32.0(mm/s)、c_{b2}/c_{b1}=0.0676 とし、べき乗型の特性はα=0.6 とする。3 章(5)で述べた通り、時刻歴応答解析は非線形ダンパーで行い、減衰係数更新の際にエネルギー吸収量が等価な線形減衰係数を用いる。周期 2.4(s)、振幅 33.3(mm)の調和強制加振時の吸収エネルギーが等価な線形ダンパーに置換にした減衰力-速度関係を Fig.10 に示す。接続剛性は$k_{d,j}/c_{b1,j}$=15.0(1/s)、

$k_{d,j}/c_{\alpha,j}$=15.0(mm$^{\alpha\text{-}1}$/s$^{\alpha}$)として設定する。また、(19)式においても$k_{d,j}/c_{d,j}$=15.0(1/s)として$\rho_{d,j}$を設定して$c_{d,j}$を算出した。減衰係数と接続剛性の比に関し、非線形ダンパーの$k_{d,j}/c_{b1,j}$、$k_{d,j}/c_{\alpha,j}$と等価線形ダンパーの比$k_{d,j}/c_{d,j}$を同一とすることの妥当性は議論の余地があるものと考えられる。本論の方法は非線形ダンパーの応答を調整する際に等価減衰係数の考え方を利用するものであり、$k_{d,j,}/c_{b1,j}$、$k_{d,j}/c_{\alpha,j}$および$k_{d,j}/c_{d,j}$の増減と応答値の増減の傾向が対応していれば、繰り返し計算の中で最終的に一様な応答が実現可能となる。また、同様な理由で(33)、(34)式を用いる際の変位δは層間変形角1/120の変位で固定している（6 章も同じ）。



(a) Bilinear type　(b) Exponential type

Fig.10 Equivalent linear damper force

（２）解析結果

ダンパーは剛性を増やす効果のみしか発揮しないため、剛性を増やす必要が生じた階に粘性ダンパーを配置し、剛性を下げる必要が生じた階は建物本体の剛性を下げる操作を行うものとする。

(16)式でω=2π/2.4(1/s)に設定して一様化を行った解析結果をFig.11〜13 に示す。バイリニア型、べき乗型のe_uはそれぞれ 0.003、0.002 で、いずれも一様化が可能となっていることが確認できる。

６．応答一様化方法における減衰量の変動について

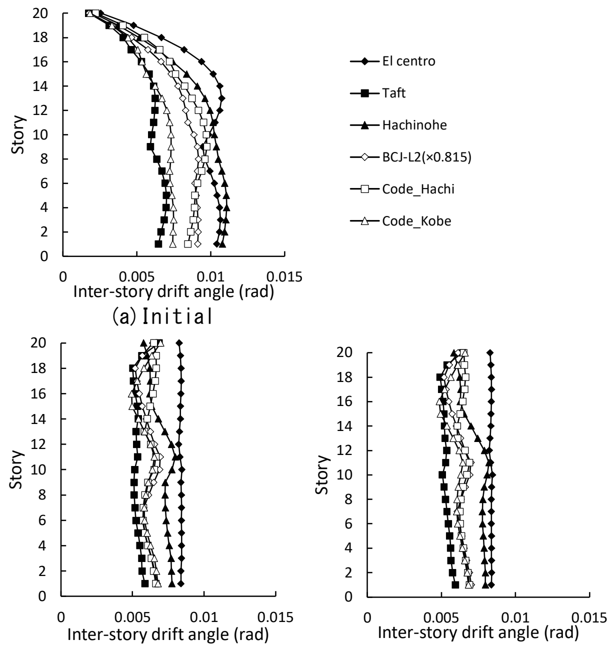
前章の検討で、一様化が可能であることを確認したが、建物に配置する減衰量については指定されていない。このため、本章で建物に付与される減衰量の変動について確認を行う。

一般に粘性ダンパーの効果を検証するには、ダンパー減衰係数を基にした減衰定数で評価されるが、本論の方法は、固有周期とモード形を指定して、剛性を制御する方法となっている。(8)式で確認されるように、ダンパーの設置は層の剛性を増加させ、建物の周期を減少させる。これらの周期と減衰量の関係性について考察を行う。

一般に制振構造の計画では、与えられた建物の剛性に対し、粘性ダンパーを配置して、目標の層間変形角のクライテリアを満足するように配置計画を行う。このため、本章では、建物剛性を変更しない条件で検討を行うものとする。

（１）指定周期について

目標の応答分布となるような剛性を算出する(16)式では、モード形と固有周期を指定する。これにより得られた等価剛性分布から得られる略算の固有周期と、指定した固有周期は一致することになる。ただし、本章で検討する方法は、建物の剛性を変更することなくダンパーを付加することにより、目標とする応答分布を実現するものである。ここでは剛性を上げる必要のある層では、ダンパーを付加して対応するが、剛性を下げる必要のある層では剛性の変更を行わないものとする。この処理をした結果の構造物の固有周期は、(16)式で指定した固有周期よりも短くなる。



(a) Initial

(b) Control by bilinear damper　(c) Control by exponential damper

Fig.11 Inter-story drift angle

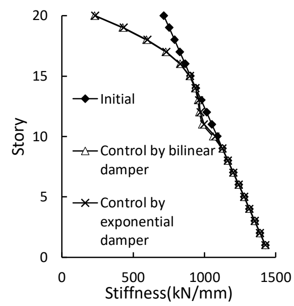


Fig.12 Stiffness

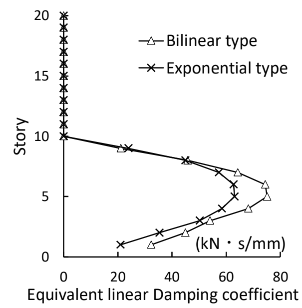


Fig.13 Damping coefficient

本章のダンパーを付加するのみの操作の場合、(16)式で指定する固有周期は、上記のようにダンパー配置操作後の固有周期とは異なるため、区別する意味合いで(16)式に用いる固有周期と円固有振動数に対応するパラメーターを ${}_a t$、${}_a\omega$として表現するものとする。

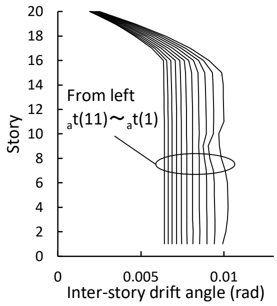
（２） ${}_a t$をパラメーターとした検討結果

5 章のモデルにバイリニア型ダンパーを設置し、パラメーターを ${}_a t$として Table3 に示す 11 ケースの一様応答の解析を行った。

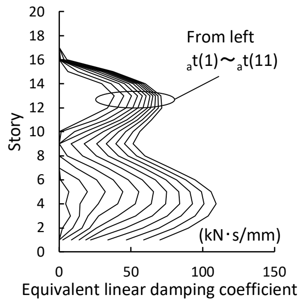
Table3 Set value of parameter ${}_a t$

${}_a t(1)$	${}_a t(2)$	${}_a t(3)$	${}_a t(4)$	${}_a t(5)$	${}_a t(6)$	${}_a t(7)$	${}_a t(8)$	${}_a t(9)$	${}_a t(10)$	${}_a t(11)$
2.400	2.395	2.389	2.384	2.378	2.373	2.367	2.362	2.356	2.351	2.345

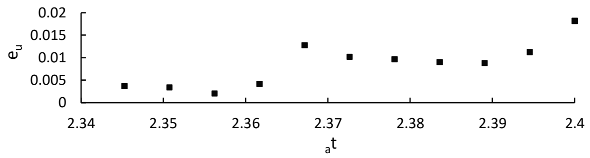
各ケース 5 回の繰り返し計算を行った結果を以下に示す。Fig.14(a)は 6 地震動の応答を包絡した層間変形角であり、${}_a t$が小さくなるほど層間変形角が小さくなっている。Fig.14(b)はダンパーの減衰係数を示す。${}_a t$が小さい場合、配置されるダンパー量が多くなる。一様化の程度を示す評価指標e_uはダンパーを配置した層について評価するものとし Fig.14(c)に示す。0.02 以下であり、ダンパー配置層では一様化されている状況が確認されるが、ダンパー量が少ないと配置対象層が限られるため、建物全体の応答分布を見比べると一様化の程度は限定的となる。



(a) Inter-story drift angle



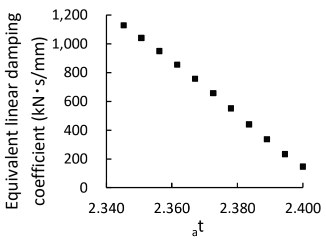
(b) Damping coefficient



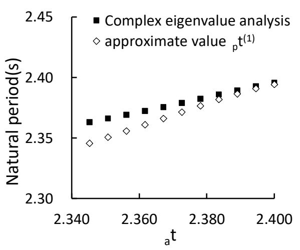
(c) Evaluation index of Uniformity e_u

Fig.14 Results of parametric study

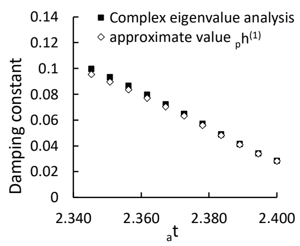
また、得られた結果の建物の減衰係数の合計、固有周期、および減衰定数について、横軸を$_at$として Fig.15 に示す。いずれも、$_at$に関して概ね線形関係にあることが確認される。Fig.15(b)、(c)では、複素固有値解析結果と等価剛性$_{eq}k$ による略算固有周期 $_pt^{(1)}$と(15)式による略算減衰定数 $_ph^{(1)}$が示されている。複素固有値解析結果と略算固有周期の誤差は 0.7%で、略算減衰定数との誤差は 4.2%程度であり、略算値で評価することの妥当性が確認できる。



(a) Total damping coefficient



(b) Natural period



(c) Damping constant

Fig.15 Relationship between each result and parameter $_at$

$_at$と減衰係数および固有周期関係について、ほぼ線形の関係にあることが確認される。このことは、1 質点の周期と減衰量との関係からも類推される（付録 b）。このことから、2 つの$_at$で一様化計算を行えば、$_at$と減衰係数および固有周期の近似した線形関係を知ることが可能となる。このことを利用して、目標とする応答値を満足するダンパーの配置検討を試みる。

なお、本検討では$_at$によっては、2 回の繰り返し計算で一様な応答とみなせる結果が得られるが、各$_at$で繰り返し計算回数を 5 回で統一した解析としている。この理由を付録 C に示す。

7．ダンパー配置による応答一様化検討例

（1）解析モデル

17 階建て高さ 70(m)の鉄骨造の建物を考える。建物重量、各階の階高は Table4 に示す通りであり、固有周期$t^{(1)}$=2.45(s)($=0.035H$)と設定する。剛性は最上部を最下部の 1/2 として各階を線形補間し、1 階と 9 階で 0.7 倍して設定されており、剛性の低い層が含まれた構造である(Fig.16)。構造体は弾性とし、減衰は剛性比例型とし一次モードの減衰定数$h^{(1)}$=0.02とする。

Table 4 Parameters of the analytical model

Story	Height (mm)	Weight $W_j=m_j \cdot g$ (kN)	Stiffness k_j (kN/mm)
17	4000	10000	534
16	4000	10000	567
15	4000	10000	600
14	4000	10000	634
13	4000	10000	667
12	4000	10000	700
11	4000	10000	734
10	4000	10000	767
9	5000	10000	560
8	4000	10000	834
7	4000	10000	867
6	4000	10000	900
5	4000	10000	934
4	4000	10000	967
3	4000	10000	1000
2	4000	10000	1034
1	5000	10000	747

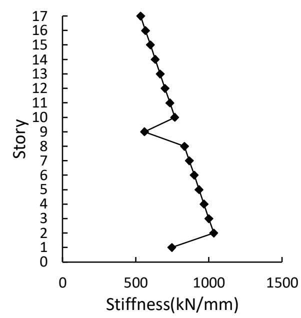


Fig.16 Stiffness

（2） $_at$の設定

まず、２つの$_at$で一様化の解析を行う。$_at$の値は$_{eq}k$を一質点モデルに適用し、設定した減衰定数から固有周期を算出する（付録 B の B-3 式）。無減衰の固有周期 2.45(s)の構造にダンパーの減衰と剛性の比$k_{d,j}/c_{d,j}$=15.0(1/s)を条件とし、ダンパーの減衰と構造体の自然減衰 0.02 を加えた減衰定数を 0.05 および 0.12 とした時の固有周期は、2.432(s)、2.378(s)となる。

6 章でも触れた通り、指定した$_at$と、ダンパーを付与する操作を行った構造の固有周期は一致しない。ここでは、線形補間で予測することを目的として、適度な間隔を空けた 2 点を指定するものであることから、おおよその目安として$_at$=2.432、2.378 で一様化の解析を行うものとする。

一様化の結果から得られた減衰量の合計と、等価剛性$_{eq}k_j$から得られた固有周期の略算値$_pt^{(1)}$と減衰定数の略算値$_ph^{(1)}$を Table5 に示す。

Table5 Results for the value of parameter $_at$

$_at^{(1)}$	Total equivalent linear damping coefficient (kN･s/mm)	$_pt^{(1)}$ (s)	$_ph^{(1)}$
2.432	230.0	2.429	0.0498
2.378	806.9	2.379	0.1114

粘性ダンパーを設置して、目標とする一様な応答の層間変形角を 1/120 とする。文献 3 では、本論で用いた 6 種類の地震動および設定レベルの入力に対して、5、10、15、20、25、30 階建ての等価せん断型モデルで検討を行った結果、概略の一様変形応答時の変形角の $_p\theta_r$が、一次固有周期$t^{(1)}$、剛性比例型減衰を仮定した一次減衰定数$h^{(1)}$、(38)式の代表変位 $_py_r$(単位 m)、および(39)式の代表高さH_rを用いて(36)式で表されている。

$$ {}_p\theta_r = \left[-p_\theta \cdot tanh\left\{\left(t^{(1)}\right)^2 - 8.0\right\} + p_\theta + 1\right] {}_p y_r / H_r \tag{36} $$

$$ p_\theta = -0.75h^{(1)} + 0.185 \tag{37} $$

$$ {}_p y_r = \left\{-0.06\ln\left(h^{(1)}\right) - 0.02\right\} t^{(1)} \tag{38} $$

$$ H_r = \sum_{l=1}^{n} m_l H_l^2 \Big/ \sum_{l=1}^{n} m_l H_l \tag{39} $$

(36)式は、弾性建物に対し、剛性比例型の粘性減衰を仮定したものである。本検討では、非線形の粘性ダンパーを非比例配置するもので条件が異なるが、概略の検討が目的であることより(36)式を適用することを試みる。

(36) 、(37)式の$t^{(1)}$、$h^{(1)}$へ${}_pt^{(1)}$、${}_ph^{(1)}$の線形補間の関係式を代入し、また、(39)式から得られる代表高さH_r＝48.2(m)を代入し、縦軸を${}_p\theta_r$、横軸を$h^{(1)}$として Fig.17 に示す。目標の層間変形角 1/120(=0.0083)と交差する減衰定数$h^{(1)}$は概ね 0.077 となる。Table5 の${}_at$と${}_ph^{(1)}$の関係を線形比例関係と仮定すると、${}_ph^{(1)}$=0.077 に対応する${}_at$は 2.408 となる。よって、${}_at$=2.408 として一様化の解析を行う。

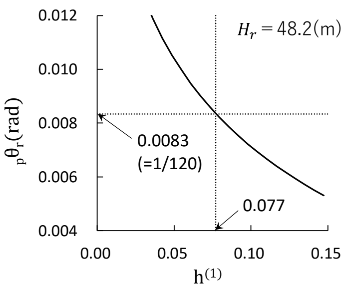


Fig.17 Relationship between damping constant and predicted uniform drift angle

（３）一様化検討結果

粘性ダンパーはべき乗型とし、べき指数値はα＝0.6 とする。接続剛性はk_d/c_α=15.0(mm$^{\alpha-1}$/s$^\alpha$)として設定し、5 章と同様に(19)式においてもk_d/c_d=15.0(1/s)として$\rho_{d,j}$を設定してc_dを算出した。一様化の繰り返し計算を 5 回行った結果を Fig.18、19 に示す。初期状態で最大応答を示す地震動は Hachinohe であったが、一様化後は El Centro となっている。また、初期状態で層間変形の小さい 14~17 層では粘性ダンパーが不要となっており、1~13 層で粘性ダンパーが配置され、この粘性ダンパーが配置された制御対象層（1~13 層）に対する判定指標はe_u=0.006 であり、一様な層間変形角の分布となっている。最大応答変形角は 1/119.6 であり、2 点の${}_at$による一様化の結果を直線補完することで、目標性能に近い粘性ダンパーの配置が可能となることが確認された。

(36)式は地震応答のばらつきのため+10～−30％程度の誤差を有する[3)]ものである。この検討からさらに変形を抑える必要が生じた場合は、${}_at$と減衰が負比例の関係であることから、${}_at$をさらに幾分短くして一様化解析することが対応方法の一つとなる。

以上より、直線補間のベースとなる 2 度の一様化解析および、この結果を基にした性能確認の一様化検討の合計 3 度の一様化検討により、概ね目標性能を満足するダンパーの配置が可能となった。

（４）ダンパー総量を固定する場合の検討について

ダンパー量が固定されている条件で一様化を行う場合は、同様に${}_at$とダンパー総量が線形関係にあることを利用して求めればよい。

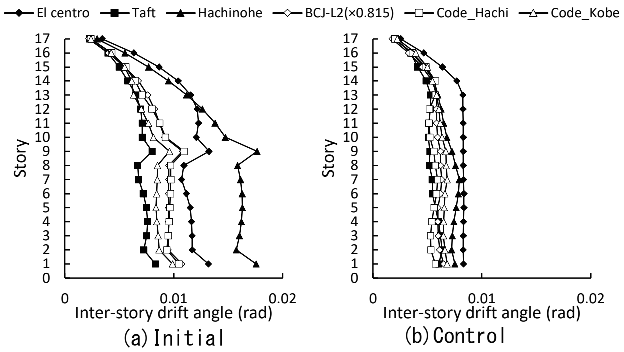


Fig.18 Inter-story drift angle

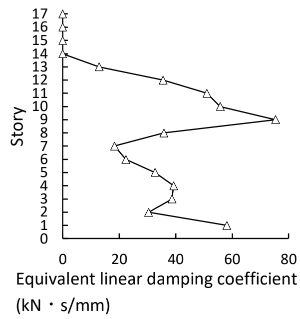


Fig.19 Damping coefficient

本章の解析例として、べき乗型粘性ダンパー（べき指数値α＝0.6）のトータルの減衰係数$\sum c_e$=3000(kN･(s/mm)$^\alpha$)が設計条件の場合を考える。ダンパーのない建物の固有周期 2.45(s)、代表的な階高 4.0(m)の 1/120 の変位 33.3(mm)での調和強制加振時の等価線形減衰係数は、(34)式のc_eを等価線形減衰係数とみなし 552.7 (kN･s/mm)と求められる。等価線形減衰係数が 552.7 (kN･s/mm)の時、Table 5 の 2 点より直線補間で${}_at$を求めると 2.4015 となる。${}_at$=2.4015 で、実際に一様化検討を行った結果、配置されたべき乗型粘性ダンパーのトータルの減衰係数$\sum c_e$は 3190(kN･(s/mm)$^\alpha$)であり、条件とした 3000(kN･(s/mm)$^\alpha$)に近い値であることが確認された。

なお、本章のモデルに対して、7 章と同様にパラメーター${}_at$で一様化を行った結果を参考として付録 D に示す。

８．まとめ

本論では、粘性ダンパーによる地震時の層間変形角の一様化方法について提案を行った。主な内容は下記の通りである。

１）粘性減衰と接続剛性からなる Maxwell モデルを考慮した等価剛性を用いることで、実数の固有値解析で非比例減衰モデルの固有周期、減衰定数を比較的精度よく求めることができることを確認した。

２）複数地震動の時刻歴応答最大値を包絡した一様な応答層間変形角を目標として一次固有モード逆問題の閉形式を利用する方法に、Maxwell モデルを考慮した等価剛性を適用した。その結果、目標として設定された等価剛性を実現する減衰係数を求めて各層に配置することにより、一様化が可能であることを確認した。また、粘性ダンパーについては非線形特性を有するバイリニア型および、べき乗型ダンパーへの適用の有効性を確認した。

３）粘性ダンパーを付与する検討では、一次固有モード逆問題の閉

形式に現れる周期（円固有振動数）に対応するパラメーター $_at$ で応答の傾向を把握した。その結果、応答一様化後の、建物の固有周期、減衰定数および、建物全体に付与される減衰係数の合計が概ね線形関係にあることを確認した。

4）3）で確認した性状を利用し、パラメーター $_at$ で2度の一様化解析を行い、その結果を直線補完することにより、指定する減衰定数における一様化が概ね可能であることを確認した。また、同様に粘性ダンパーの総量が指定された場合の一様化検討も可能であることを確認した。

以上により、粘性ダンパーによる一様な応答となる建物の計画が、比較的簡易に可能となり、層崩壊を防止した耐震性向上のために本論の方法は有用であるものと考える。

本論では等価せん断型モデルを対象としている。高層建物の場合、建物上部で曲げ変形の卓越が考えられる。曲げ変形成分の考慮、対応については今後の検討課題である。

参考文献

1) Shujiro Kawakami, Akihiko Kawano and Yuuki Okamoto: A method to improve distribution of story drift angle responses in CFT moment-resistant frames under severe earthquakes, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No.585, pp. 223-229, 2004 (in Japanese)
川上秀二郎, 河野昭彦, 岡本勇紀： CFT 構造ラーメン骨組の地震時の応答層間変形角分布の改善法について, 日本建築学会構造系論文集, 585, pp.223-229,2004(DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.69.223)

2) Toshio Kawashima, Yoshifumi Deguchi, and Koji Ogawa: Optimum strength distribution of structural members in steel frames, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No.635, pp. 147-155, 2009 (in Japanese)
川島敏夫, 出口義史, 小川厚治： 鋼構造骨組の部材耐力分布の適正化に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 635, pp.147-155, 2009(DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.74.147)

3) Mitsuo Suzuki: Stiffness determination method uniformizing enveloped inter-story drift angle in multiple seismic responses, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No.784, pp.901-911, 2021 (in Japanese)
鈴木光雄：複数地震動の最大応答層間変形角を包絡して一様化するための剛性設定法, 日本建築学会構造系論文集, 784,pp.901-911,2021(DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.86.901)

4) Mitsuo Suzuki: Method for uniformizing maximum inter-story drift angle of multiple seismic responses in elasto-plastic equivalent shear-spring model and application to elasto-plastic damper placement method, Journal of structural engineering. B, Vol.68B, pp.452-461, 2022(in Japanese)
鈴木光雄:弾塑性等価せん断型モデルにおける複数地震応答の最大層間変形角の一様化方法と弾塑性ダンパー配置法への応用, 構造工学論文集.B, Vol.68B, pp.452-461, 2022(DOI: https://doi.org/10.3130/aijjse.68B.0_452)

5) Hiroki Akehashi, Izuru Takewaki: Global optimization of hysteretic dampers for elastic-plastic mdof structures via hybrid approach of real-coded genetic algorithm and local search, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No.787, pp.1335-1344, 2021 (in Japanese)
明橋弘樹，竹脇出： 弾塑性多層建物に対する履歴ダンパーの実数値 GA と局所探索を組み合わせた大域的最適設計法, 日本建築学会構造系論文集,787,pp.1335-1344,2021(DOI: https://doi.org/10.3130/aijs.86.1335)

6) Hiroki Akehashi, Izuru Takewaki: Bounding of earthquake response via critical double impulse for efficient optimal design of viscous dampers for elastic-plastic moment frames, Japan Architectural Review (Transactions of AIJ), Vol.5, No.2, pp.131-149, 2022(DOI: https://doi.org/10.1002/2475-8876.12262)

7) Hiroki Akehashi, Izuru Takewaki: Simultaneous optimization of elastic-plastic building structures and viscous dampers under critical double impulse, Front Built Environ., Vol.6, 2020 (DOI: https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.623832)

8) Mitsuo Suzuki.: A simple calculation method of the primary mode of non-proportionally damped system, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Structures-Ⅱ, pp.553-554, 2022 (in Japanese)
鈴木光雄：非比例減衰モデルの一次モード簡易算出法について、日本建築学会大会学術講演梗概集，構造Ⅱ, pp.553-554,2022

9) Mitsuo Suzuki: Simple seismic performance evaluation and application using complex eigenvalues, Journal of structural engineering. B, Vol.64B, pp.303-314, 2018(in Japanese)
鈴木光雄： 複素固有値による簡易な耐震性能評価の検討と応用， 構造工学論文集.B, Vol.64B, pp.303-314, 2018

10) Sayumi Kondo, Yuichiro Fujita, Kazuhiko Kasai: Seismic response prediction of passive control system with non-linear viscous damper part 1: Influence of viscous for deformation distribution of structure, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Structures-Ⅱ, pp.717-718, 2014 (in Japanese)
近藤さゆみ, 藤田雄一郎, 笠井和彦：非線形粘性ダンパーをもつ制振構造の地震最大応答予測法　その１　粘性が構造物の変形分布に与える影響、日本建築学会大会学術講演梗概集， 構造Ⅱ, pp.717-718,2014

11) Akenori Shibata: Latest Earthquake-resistant Structural Analysis, Morikita Publishing Co. Ltd., 1981 (in Japanese)
柴田明徳：最新耐震構造解析、森北出版、1981

12) Tsuneyoshi Nakamura and Takashi Yamane: Optimum design and earthquake - response constrained design of elastic shear buildings, Earthquake engineering & structural dynamics 14.5, pp.797-815, 1986(DOI: https://doi.org/10.1002/eqe.4290140508)

13) Mitsuo Suzuki.: Energy dissipation characteristics of velocity-dependent damper by difference in direction of excitation, AIJ Journal of Technology and Design, Vol.18, No.39, pp.459-464, 2012 (in Japanese)
鈴木光雄: 速度依存型ダンパーのエネルギー吸収における加振方向特性について, 日本建築学会技術報告集 Vol.18, No.39, pp.459-464, 2012 (DOI: https://doi.org/10.3130/aijt.18.459)

付録 A　係数 $A_{d,j}^{(s)}$、$B_{d,j}^{(s)}$ について [9]

$A_{d,j}^{(s)}$、$B_{d,j}^{(s)}$ は、以下の手順で計算する。以下では、実務的な適用範囲を考慮して $h^{(s)}$ が1以下の場合のみを示し $\xi^{(s)}$、$\eta^{(s)}$ は (5)式による。

$$ {}_1\alpha_{d,j}^{(s)} = \xi^{(s)} c_{d,j} + k_{d,j} \quad \text{(A-1)}$$

$$ {}_1\beta_{d,j}^{(s)} = \eta^{(s)} c_{d,j} \quad \text{(A-2)}$$

$$ C_{d,j}^{(s)} = {}_1\alpha_{d,j}^{(s)} k_{d,j} / \left({}_1\alpha_{d,j}^{(s)\,2} + {}_1\beta_{d,j}^{(s)\,2} \right) \quad \text{(A-3)}$$

$$ D_{d,j}^{(s)} = {}_1\beta_{d,j}^{(s)} k_{d,j} / \left({}_1\alpha_{d,j}^{(s)\,2} + {}_1\beta_{d,j}^{(s)\,2} \right) \quad \text{(A-4)}$$

$$ {}_2\alpha_{d,j}^{(s)} = \xi^{(s)} c_j + k_j + \left(1 - C_{d,j}^{(s)}\right) k_{d,j} \quad \text{(A-5)}$$

$$ {}_2\beta_{d,j}^{(s)} = \eta^{(s)} c_j + D_{d,j}^{(s)} k_{d,j} \quad \text{(A-6)}$$

$$ A_{d,j}^{(s)} = \left({}_1\gamma^{(s)}\, {}_2\alpha_{d,j}^{(s)} + {}_2\gamma^{(s)}\, {}_2\beta_{d,j}^{(s)} \right) / \left({}_2\alpha_{d,j}^{(s)\,2} + {}_2\beta_{d,j}^{(s)\,2} \right) \quad \text{(A-7)}$$

$$ B_{d,j}^{(s)} = \left({}_2\gamma^{(s)}\, {}_2\alpha_{d,j}^{(s)} - {}_1\gamma^{(s)}\, {}_2\beta_{d,j}^{(s)} \right) / \left({}_2\alpha_{d,j}^{(s)\,2} + {}_2\beta_{d,j}^{(s)\,2} \right) \quad \text{(A-8)}$$

ここで、

$$ {}_1\gamma^{(s)} = \xi^{(s)2} - \eta^{(s)2} \quad \text{(A-9)}$$

$$ {}_2\gamma^{(s)} = 2\xi^{(s)} \eta^{(s)} \quad \text{(A-10)}$$

である。

付録 B　固有周期と減衰の関係

ここで、(8)～(11)式を1質点モデルに適用する。以下では、層を表現する右下の j および右上のモード次数 (s) を省略して表現する。ダンパー減衰力と接続剛性の比を一定とし、固有周期を無減衰モデルの固有周期で代表させ、ρ_d は固定値とする。(15)式より ${}_{eq}c_d$ が ${}_ph$ を用いて下式の通り表される。

$$ {}_{eq}c_d = 2\,{}_ph k/\omega - c \quad \text{(B-1)}$$

これを(8)式に代入し、構造体の自然減衰cに関する減衰定数を$h_0 \equiv \omega c/(2k)$とすると下式の通りとなる。

$$ {}_{eq}k = k\sqrt{\left\{1+2\rho_d\left({}_ph-h_0\right)\right\}^2+4\,{}_ph^2} \tag{B-2}$$

無減衰の場合の固有周期t_0と、ダンパーを含めた減衰を考慮した等価剛性${}_{eq}k$から求めた固有周期${}_pt$の比${}_pt/t_0$は、$\sqrt{k/{}_{eq}k}$に等しくなる。よって、${}_pt$は下式の通りに表される。7 章(2)の${}_at$の設定では B-3 式で初期設定している。

$$ {}_pt = t_0/\left(\left\{1+2\rho_d\left({}_ph-h_0\right)\right\}^2+4\,{}_ph^2\right)^{1/4} \tag{B-3}$$

B-3 式を周期比${}_pt/t_0$と減衰${}_ph$に関する関係式に置き換えてFig.B1 に示す。ここでは、自然減衰をh_0=0.02 とし、${}_ph$は建物内に自然減衰をh_0と同等以上の粘性ダンパーが配置されるものと想定し、粘性ダンパーの減衰定数を 0.02〜0.10（${}_ph$＝0.04〜0.12）の範囲を示している。また、k_d/c_d=15 とし、固有周期t_0=1.5、2.0、2.5、3.0、3.5 の場合を示す。k_d/c_d、t_0はρ_dに関するパラメーターである。周期比${}_pt/t_0$と減衰${}_ph$は、ほぼ線形の関係にある。${}_ph$が 0.04 と 0.102 の点を直線で結んだ直線補間のした場合の減衰定数${}_ph_l$と、Fig.B1 のグラフとの誤差（$=\left|{}_ph_l - {}_ph\right|/{}_ph$）（${}_ph$を 50 等分して確認）を示すと TableB1 の通りとなる。

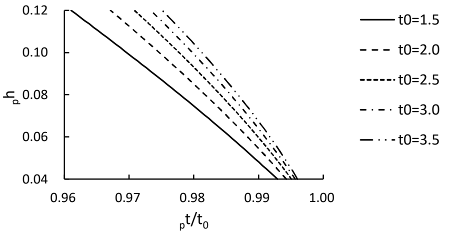


Fig.B1 Relationship between ${}_ph$ and ${}_pt/t_0$

TableB1 Error oh h

t_0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
Error of h	0.0307	0.0423	0.0512	0.0584	0.0643

t_0が長いほど誤差が大きくなりt_0=3.5 で誤差 6.4%程度となっている。例えば､両端 2 点の情報から直線補間で減衰定数を予測することを考えると 6.4%程度の誤差で評価できることになる。本論は初期の構造計画の方向性を決めるための方法を示すものであり、十分な精度を有するもの考えられる。

7 章では、パラメーター${}_at$と減衰量との関係について言及している。${}_at$と固有周期が一致するものではないが、近似した値となるものであり、一質点の場合と同様に線形関係になるものとして議論している。

付録 C　繰り返し計算回数の統一について

6 章の${}_at$をパラメーターとした解析において、一様化の判定指標e_uと繰り返し計算回数の関係を Fig.C1 に示す。e_uが 0.02 以下を一様化の目安と考えると、繰り返し回数 2 回で一様な応答となるものがあり、本解析ケースでは 3 回で全ケース一様な応答となっている。ただし、4 回目でe_uが増える傾向がみられるなどしているため、他の解析例も踏まえ 5 回とした。

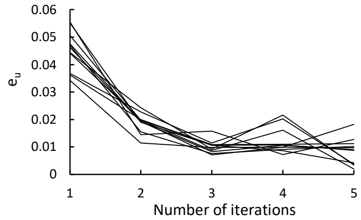


Fig.C1 Relationship between e_u and number of iterations

一方、建物に付与される等価線形減衰係数と繰り返し計算回数の関係を Fig.C2 に示す。繰り返し回数の分割数n_uを Table1 の通り切り替えているが、各${}_at$において同様な変動がみられ、比較的安定した変動状態といえる。ここで、収束判断として、上記のように繰り返し回数 2 回で収束と判断した場合の減衰量と、5 回で収束と判断した場合では、異なる減衰量変動状態で比較することになってしまうため、${}_at$による線形補間で推測することが難しくなる。このため、${}_at$をパラメーターとした解析に限っては、繰り返し計算回数を統一しておく必要が生じる。

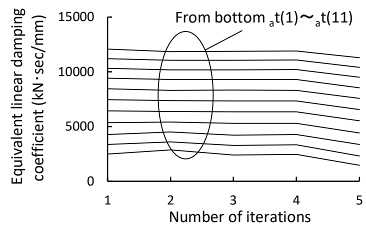


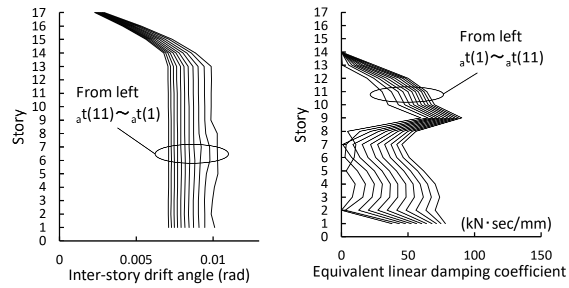
Fig.C2 Relationship between damping coefficient and number of iterations

付録 D　7 章解析例の${}_at$をパラメーターとした検討結果

7 章解析例について、6 章と同様に${}_at$=2.432〜2.378 をパラメーターとして検討した結果を示す。Fig.D1(a)は 6 地震動の応答を包絡した層間変形角、Fig.D1(b)に配置されたダンパーの減衰係数を示す。

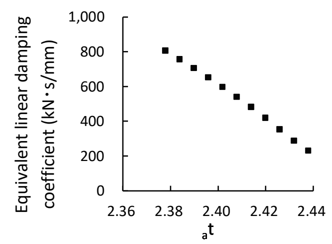
Fig.D2 に建物の減衰係数の合計、固有周期、および減衰定数について、横軸を${}_at$として示す。いずれも、${}_at$に関して、固有周期と減衰定数に関し概ね線形関係にあることが確認される。

なお、概ね線形の関係となるのは、応答が概ね一様状態となる${}_at$の範囲内であることが条件であり、ダンパー量が少なく一様な応答状態が実現できていない場合、線形関係近似が成立しないことを付記する。

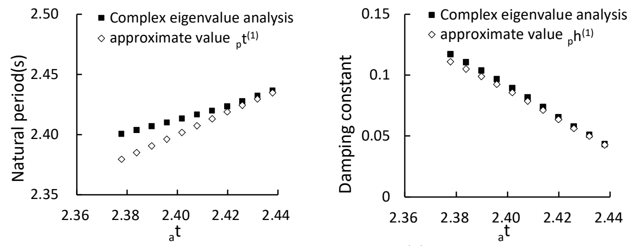


(a) Inter-story drift angle　　(b) Damping coefficient

Fig.D1 Results of parametric study



(a) Total damping coefficient



(b) Natural period　　(c) Damping constant

Fig.D2 Relationship between each result and parameter ${}_at$

（2022 年 10 月 9 日原稿受理，2023 年 1 月 16 日採用決定）