日本建築学会大会学術講演梗概集
（北海道） 2022 年 9 月

非比例減衰モデルの一次モード簡易算出法について

正会員 ○鈴木光雄*

非比例減衰 固有値解析 一次モード
Maxwell モデル

１．はじめに

非比例減衰構造物の振動モードは、複素固有値解析により算出される。建物のある層に減衰を付加すれば、当該層のモード層間成分が減少するが、その程度を評価するためには複素固有値解析が必要となる。ただし、実務設計においては、複素固有値解析のなじみが薄いといえる。このため、本報告で非比例減衰の一次モードについて実数の扱いで略算値を算出する方法と、それを基にしたモード性状の考察を行う。

２．非比例減衰せん断モデルのモード成分

n質点の制振装置付きのせん断型モデルを考え、本体建物のj層の質量、せん断剛性、減衰をm_j、k_j、c_jとし、制振装置は剛性$k_{d,j}$と減衰$c_{d,j}$が直列接続された Maxwell モデルとする。

各層のモード成分の絶対値$\left|\Delta u_j^{(s)}\right|\left(\equiv \left|u_j^{(s)}-u_{j-1}^{(s)}\right|\right)$は下式のように表される。右上の括弧内はモード次数を示す。

$$\left|\Delta u_j^{(s)}\right| = \sqrt{\left({A_{d,j}^{(s)}}^2 + {B_{d,j}^{(s)}}^2\right)} \sum_{l=j}^{n} m_l \left|u_l^{(s)}\right| \tag{1}$$

$A_{d,j}^{(s)}$、$B_{d,j}^{(s)}$は、m_j、k_j、c_j、$c_{d,j}$、$k_{d,j}$および、固有円振動数$\omega^{(s)}$、減衰定数$h^{(s)}$から構成される。具体的な表現は文献 1 に示されている。

３．モード層間成分の略算方法

（１）略算方法の誘導

次に、$h^{(s)}\omega^{(s)}c_j \ll k_j$、$h^{(s)}\omega^{(s)}c_{d,j} \ll k_{d,j}$を仮定すると、下式が得られる。

$$\sqrt{{A_{d,j}^{(s)}}^2 + {B_{d,j}^{(s)}}^2} \cong {\omega^{(s)}}^2 / {}_{eq}k_j \tag{2}$$

ここで、

$${}_{eq}k_j = \sqrt{\left(k_j + {}_{eq}k_{d,j}\right)^2 + {\omega^{(s)}}^2\left(c_j + {}_{eq}c_{d,j}\right)^2} \tag{3}$$

$${}_{eq}k_{d,j} = {\rho_{d,j}}^2 k_{d,j} / \left(1 + {\rho_{d,j}}^2\right) \tag{4}$$

$${}_{eq}c_{d,j} = c_{d,j} / \left(1 + {\rho_{d,j}}^2\right) \tag{5}$$

$$\rho_{d,j} = \omega^{(s)} c_{d,j} / k_{d,j} \tag{6}$$

である。減衰が無い質量と剛性のみの場合について考える。(1)式に対応させると、モード層間成分$\Delta u_j^{(s)}\left(\equiv u_j^{(s)}-u_{j-1}^{(s)}\right)$は下式の通り表される。

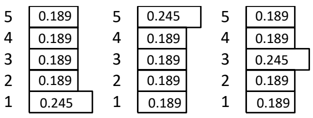
$$\Delta u_j^{(s)} = \frac{{\omega^{(s)}}^2}{k_j} \sum_{l=j}^{n} m_l u_l^{(s)} \tag{7}$$

(1)、(2)式と(7) 式を比較すると、${}_{eq}k_j$は Maxwell モデルを含めた等価な層剛性とみなせる。等価剛性${}_{eq}k_j$と質量のみを用いて固有値解析を行えば、複素固有値解析を行うことなく任意の減衰分布を有する建物の一次モードの周期、モード形を算出することが可能となるものと考えられる。なお、接続ばねを有しない一般減衰の場合は$\rho_{d,j} = 0$となり、等価剛性${}_{eq}k_{0,j}$は下式の通りとなる。これは文献 2 に示されたものと同じ形である。

$${}_{eq}k_{0,j} = \sqrt{{k_j}^2 + {\omega^{(s)}}^2\left(c_j + c_{d,j}\right)^2} \tag{8}$$

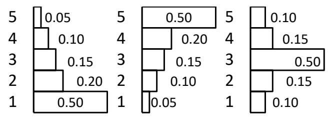
（２）略算方法の検証

5 層の制振装置付き建物の一次モードの層間成分について検討する。以下に示すように、建物の無減衰のモード層間成分の分布を 3 ケース（図 1)、減衰分布を 3 ケース考え（図 2)、それぞれを組み合わせた解析を行う。



(a)Model_B (b)Model_T (c)Model_M

図１ 一次モード層間分布



(a)Damp_B (b)Damp_T (c)Damp_M

図２ 減衰分布

建物の各層の重量を 10000kN、固有周期$t^{(1)}$を 1.0 秒とし、建物全体の Maxwell モデルの減衰量をc_sとし、無減衰時の一次固有円振動数$\omega^{*(1)}$および、各層の剛性の総和を対象とした剛性比例型減衰の減衰定数h_sを用いて下式により定義する。

$$c_s = 2h_s/\omega^{*(1)} \sum_{l=1}^{n} k_l \tag{9}$$

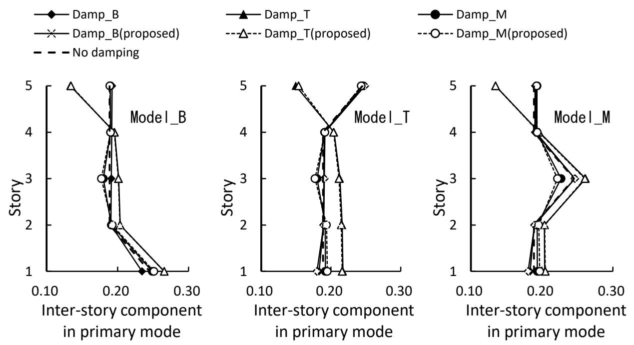
次に、$h_s = 0.1$として図 1(a)~(c)の各モード分布の建物ごとにc_sを求め、図 2(a)~(c)の分布割合で減衰を分布させる。ここで、一般減衰の場合と、$\rho_{d,j} = 0.31$とした Maxwell モデルの場合について解析を行う。このときの複素固有値解析から求められた一次モードの層間成分絶対値$\left|\Delta u_j^{(1)}\right|$と、$\omega^{(1)} = \omega^{*(1)}$とした${}_{eq}k_j$を用いて実数の固有値解析から求めた略算値$\Delta\,{}_{p}u_j^{(1)}$との比較を図 3 に示す。各ケースの$\Delta u_j^{(1)}$に対する$\Delta\,{}_{p}u_j^{(1)}$の誤差は最大 4.3%程度である。図 4 には固有周期の略算値${}_{p}t^{(1)}$と精解との比較を示す。誤差は最大 1.2%程度である。減衰定数に関しては、略算値$\Delta\,{}_{p}u_j^{(1)}$を用いて、吸収エネルギーに基づき下式により略算の${}_{p}h^{(s)}$で評価する。

$${}_{p}h^{(s)} = \frac{\omega^{(s)}}{2} \sum_{l=1}^{n} \left(c_l + {}_{eq}c_{d,l}\right) \Delta\,{}_{p}{u_l^{(s)}}^2 \Big/ \sum_{l=1}^{n} k_l \Delta\,{}_{p}{u_l^{(s)}}^2 \tag{10}$$

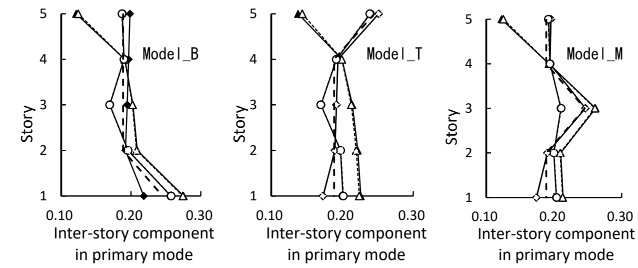
結果を図 5 に示す。最大 4.4%程度の誤差となっている。

A simple calculation method of the primary mode of non-proportionally damped system

SUZUKI Mitsuo

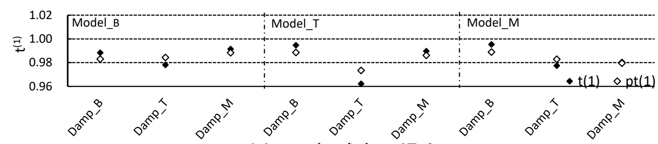


(a) 一般減衰の場合

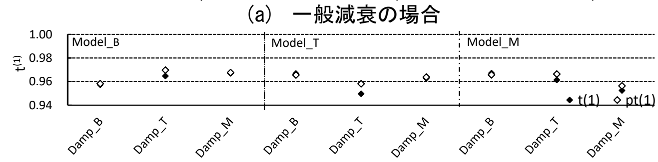


(b) Maxwell モデルの場合

図 3 一次モードの層間成分の比較

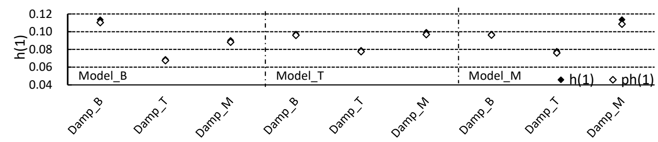


(a) 一般減衰の場合

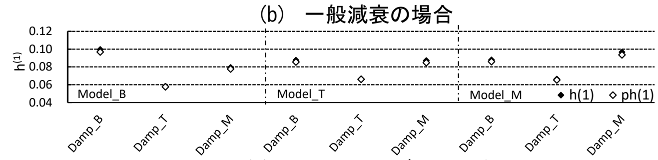


(b) Maxwell モデルの場合

図４ 一次固有周期の比較



(b) 一般減衰の場合



(b) Maxwell モデルの場合

図５ 減衰定数の比較

以上より、等価剛性$_{eq}k$ と質量のみを用いた実数での固有値解析で、非比例減衰の一次モードの特性を比較的精度よく算出できることが確認された。

４．一次モードの考察

図 3 で一般減衰の場合と、Maxwell モデルの場合でモード形状に差異が見られる。Maxwell モデルの場合の方がダンパーを多く配置した層のモード成分が低減されている。等価剛性の比較において(8)式の一般剛性に比べ、(3) 式の Maxwell モデルでは、剛性に$_{eq}k_{d,j}$が加算されるが、減衰$_{eq}c_{d,j}$は$c_{d,j}$に比べ低減される形式となっている。この点に関しρ_d、$h_d(\equiv \omega c_d/2k)$をパラメータとして、一般減衰の等価剛性$_{eq}k_0$に対する Maxwell モデルの等価剛性$_{eq}k$ の比を図6に表す。現実的な範囲と考えられる$\rho_{d,j}$<1.5の範囲では 1.0 以上である。Maxwell モデルの等価剛性を構成する$_{eq}k_{d,j}$の増加分が$_{eq}c_{d,j}$の減少分の影響を上回り、Maxwell モデルの等価剛性が一般減衰の等価剛性に比べ大きくなり、当該層のモード成分が低減されているものと考えられる。

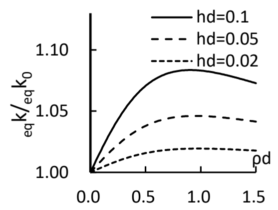
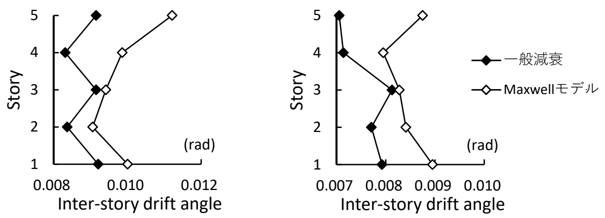


図６ 等価剛性の比

一方、(10)式の Maxwell モデルの減衰定数は、分子の減衰$_{eq}c_{d,j}$が$c_{d,j}$に比べ低減されることになるため、一般減衰に比べ低下する。

これらの傾向を時刻歴応答解析で確認する。解析モデル（弾性）を Model_M、減衰分布を Damp_M とし、入力地震動をエルセントロ、八戸(0.5m/s)とする。図 7 に示す変形角（階高 4.0m）では、モード形と対応し一般減衰の場合は 3 階の変形が大きい傾向にあるが、Maxwell モデルよりも減衰定数が上回り、全体的な応答が Maxwell モデルに比べ小さくなる。一方、Maxwell モデルは一般減衰に比べ応答が増加するが、ダンパーを多く配置した 3 階の変形が抑えられている。これらは、図３の一次モード成分と、図５の減衰定数の関係と対応している。時刻歴応答解析においても、減衰分布が同じであっても接続剛性の違いが、減衰定数のみではなく、建物の応答分布に比較的大きい影響を及ぼすことが確認された。



(a) エルセントロ　(b) 八戸

図７ 最大層間変形角

５．まとめ

等価剛性を用いることにより、実数の固有値解析で非比例減衰の一次モードの評価が比較的精度よく可能となった。また、等価剛性を考察することで、建物モデルのモード分布および地震応答の傾向が把握しやすくなることが確認された。

参考文献

1) 鈴木光雄：複素固有値による簡易な耐震性能評価の検討と応用、構造工学論文集，2018. 3

2) 近藤さゆみ、藤田雄一郎、笠井和彦：非線形粘性ダンパーをもつ制振構造の地震最大応答予測法　その 1 粘性が構造物の変形分布に与える影響，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造Ⅱ, pp. 717-718, 2014. 9

*山下設計

* Yamashita Sekkei Inc., Structural Design Dept.