

# 2 質点モデルを対象とした粘性減衰の層配置に関する考察

正会員 ○鈴木光雄\*

粘性減衰                      ダンパー配置                      複素減衰  
地震応答解析

## 1. はじめに

制振構造の応答性状の確認は一般に振動解析により行われる。一方、振動解析によらず各パラメータの影響をもとに振動性状を一律に評価するために、主に一質点を対象に解析的に評価する方法が種々提案されている。多質点の場合でも、1 質点の応答性状から概略の傾向をつかむことができるが、各層に制振装置をどのように配置するべきであるかを判断することは、一概に容易であるとは言い難い。この点についても、多くの詳細な検討例があるが、振動の基本性状を決める変数が多くなるため、変数の組み合わせはある範囲に限定されている。本報告では、2 質点の単純な粘性減衰モデルを対象に、一定の減衰量を各層に割り振る場合、質量および剛性分布の差異により、応答性状がどのように変化するか、パラメトリックな考察を行うことを試みる。

## 2. 応答性状の解析的検討

2 質点のせん断質点系の粘性減衰モデルを考え、各層の質量、せん断剛性、粘性減衰を  $m_i, k_i, c_i$  とする。粘性減衰を考慮しない場合の 1 次の固有円振動数  $\omega_0^{(1)}$  は下式の通りとなる。

$$\omega_0^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{2}(1+\mu)(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2}{(1+\mu)(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)^2}} \right]} \dots\dots(1)$$

ここで、右肩の括弧内の数値はモード次数を示し、

$$\omega_{p1} = \sqrt{k_1/(m_1 + m_2)}, \omega_{p2} = \sqrt{k_2/m_2}, \mu = m_2/m_1 \dots\dots(2)$$

である。

次に、粘性減衰を考慮した固有円振動数を考える。各層の粘性減衰の分布は、配置効果の影響を把握するために、任意の分布を対象とする。このとき、固有値  $\lambda^{(k)}$  は複素数となり、固有円振動数  $\omega^{(k)}$ 、減衰定数  $h^{(k)}$  は下式の通りとなる。

$$\lambda^{(k)} = -\xi^{(k)} \pm i\eta^{(k)}$$

$$\omega^{(k)} = \sqrt{(\xi^{(k)})^2 + (\eta^{(k)})^2}$$

$$h^{(k)} = \xi^{(k)} / \sqrt{(\xi^{(k)})^2 + (\eta^{(k)})^2} \dots\dots(3)$$

ここで、 $i$  は虚数単位を示し、 $\xi, \eta$  は実数である。変位ベクトルを  $\{x\}$ 、変位のモードベクトルを  $\{u^{(k)}\}$ 、複素刺激係数を  $\beta^{(k)}$  とすると、各層の層間変位の時刻歴応答は、下式の通り表される。

$$\{d_j\} = \{x_j - x_{j-1}\} = \sum_{k=1}^N \text{Re}[\beta^{(k)} \{u_j^{(k)} - u_{j-1}^{(k)}\}] q_0^{(k)}(t) + \sum_{k=1}^N \text{Im}[\beta^{(k)} \{u_j^{(k)} - u_{j-1}^{(k)}\}] \frac{\dot{q}_0^{(k)}(t) + h^{(k)} \omega^{(k)} q_0^{(k)}(t)}{\omega^{(k)} \sqrt{1 - h^{(k)2}}} \dots\dots(4)$$

ここで、 $q_0^{(k)}, \dot{q}_0^{(k)}$  は円振動数  $\omega^{(k)}$ 、減衰定数  $h^{(k)}$  の 1 自由度の変位実応答、および速度実応答である。

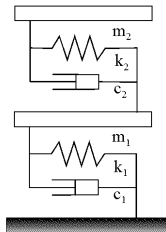


図1 検討モデル

次に建物全体の総減衰量  $c_s$  を、総剛性を対象とした剛性比例型減衰の減衰定数  $h_s$  を用いて、下式により定義する。

$$c_s = 2h_s / \omega_0^{(1)} \cdot \sum k_i \dots\dots(5)$$

となる。建物全体の減衰量を (5) 式の一定値とし、各層の減衰係数の分布を変化させたときの 1 次複素減衰係数  $h^{(1)}$  変化を調べる。 $h^{(1)}$  は、 $\mu, \omega_{p1}$  と  $\omega_{p2}$  の比、および  $c_1$  と  $c_2$  の比に依存して変化する。以下では、 $\omega_{p1}$  と  $\omega_{p2}$  の比を、 $k_1$  と  $k_2$  を用いて置き換え、横軸  $\kappa = k_2 / (k_1 + k_2)$ 、縦軸を  $\gamma = c_2 / (c_1 + c_2)$  として、各  $\mu$  に対して示す。

また、定常振動を仮定し、

$$\dot{q}_0^{(k)}(t) = i \cdot \omega^{(k)} \cdot q_0^{(k)}(t) \dots\dots(6)$$

とし、(4) 式より求めた 1、2 層目の層間変形の振幅を  $d_1, d_2$  とする。この各層の一次モードの振幅比  $d_2^{(1)} / d_1^{(1)}$  を、 $h^{(1)}$  と同様に、 $\kappa, \gamma$  平面で考察する。一次モードは、固有ベクトルの形状より判断した。

### 1) $\mu = 1.0, h_s = 0.05$ の検討

$\mu = 1.0, h_s = 0.05$  の場合の  $h^{(1)}$  および  $d_2^{(1)} / d_1^{(1)}$  のグラフを図 2、3 に示す。

$h^{(1)}$  のグラフから、総減衰量を定義する  $h_s$  と等しい 2 つの線が存在することがわかる。左下より右上に伸びる線 S1 は、減衰係数を各層に剛性比例型に配分した場合を示す。もうひとつの線 S2 は、 $\kappa \cong 0.4$  付近で縦軸に沿った形状となっている。この S1 と S2 は、 $h^{(1)}$  が  $h_s$  より高い領域と低い領域を区分する。また、 $\kappa \cong 0.4$  付近では、1 層目と 2 層目にどのように減衰量を配置させても、 $h^{(1)}$  は  $h_s$  とほぼ等しくなることがわかる。

$d_2^{(1)} / d_1^{(1)}$  のグラフから、1 層目と 2 層目の等振幅比が、剛性比に依存し、減衰比には余り影響されないことがわかる。また、1 層目と 2 層目の振幅が等しくなる剛性比は  $\kappa \cong 0.4$  付近であり  $h^{(1)}$  の S2 に近似している。この線を挟んで、 $\kappa$  が小さい場合は 2 層目の振幅が大きくなり、 $\kappa$  が大きい場合は 1 層目の振幅が大きくなる。

### 2) $h_s$ の変化に関する検討

$h_s$  の変化に関する検討として、 $\mu = 1.0$  とし、 $h_s = 0.1$  および 0.2 のときの  $h^{(1)}$  を図 4 に示す。 $h_s = 0.1$  の場合は、 $h^{(1)}$  の様相は、 $h_s = 0.05$  の場合と類似しているが、 $h_s = 0.2$  の場合、左上の範囲で 2 層目の減衰が過大となり、 $\gamma \cong 0.4$  付近で極大値をとる状況となっている。

### 3) $\mu$ の変化に関する検討

$\mu$  の変化に関する検討として、 $h_s = 0.05$  とし  $\mu = 0.1$  および 10.0 のときの  $h^{(1)}$  を図 5 に示す。S2 線は、 $\mu$  が小さいと左側に移動し、 $\mu$  が大きいと右側に移動する。

### 4) S1 と S2 の交点 A に関する考察

$h_s = 0.05$  で考察したように  $h^{(1)} = h_s$  となる縦方向線 S2 は、応答性状を特徴づける線であり、この位置を把握することは重要と考えられる。S1 は直線となるが、S2 は直線とはならないため、S1 と S2 の交点 A の  $\kappa$  の値  $\kappa_A$  を調べる。この点は剛性比例型減衰の状態であるこ

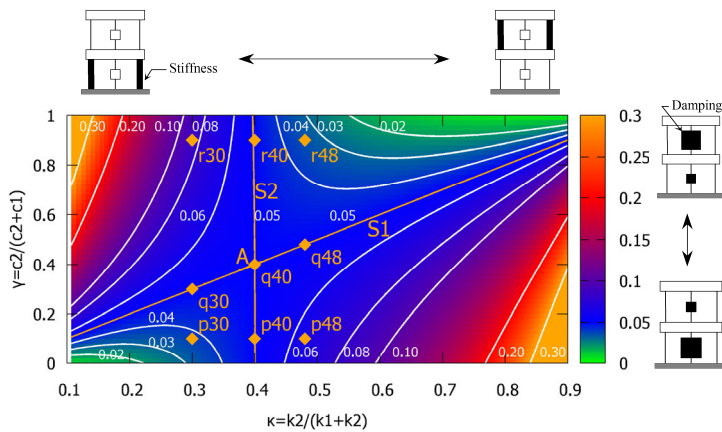


図2 一次減衰定数  $h_s^{(1)}$  ( $\mu=1.0$ ,  $h_s=0.05$ )

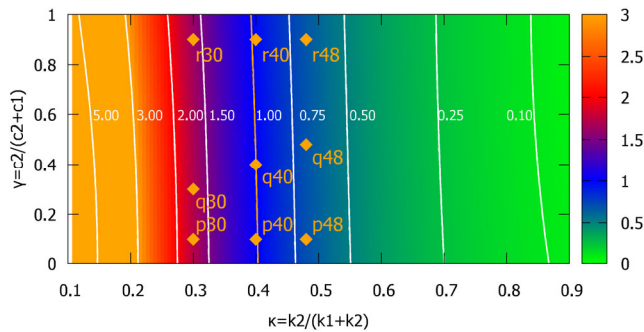


図3 振幅比  $d_2^{(1)}/d_1^{(1)}$  ( $\mu=1.0$ ,  $h_s=0.05$ )

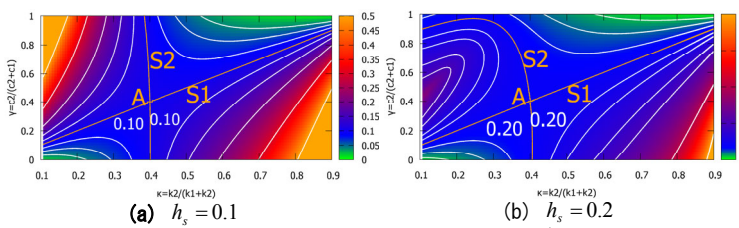


図4 一次減衰定数  $h_s^{(1)}$  ( $\mu=1.0$ )

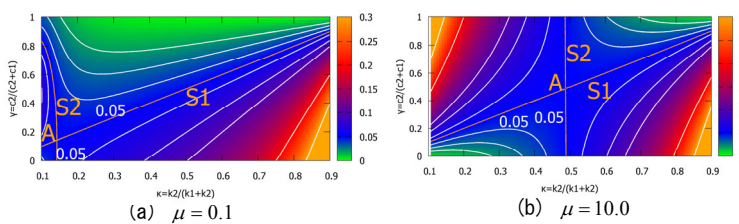


図5 一次減衰定数  $h_s^{(1)}$  ( $h_s=0.05$ )

とから、無減衰の1、2層の層間のモード振幅が等しくなる状態に対応するものと推測される。この条件は式(7)で与えられる。 $h_s$ を0.01~0.3、 $\mu$ を0.01~10.0の範囲で数値解析により求めた結果 $\kappa_A$ と、式(7)の条件で得られた $\kappa_A$ を図6に示す。 $h_s$ への依存がなく $\mu$ に依存し、 $\mu=1.0$ 以下で大きく変化することが、数値解析結果からも確認される。

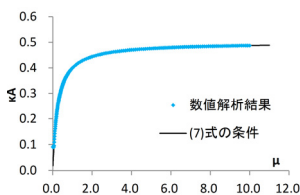


図6 A点における剛性比 $\kappa_A$

### 3. 地震応答解析

$h_s=0.05$ のとき、 $\kappa$ は0.30、0.40、0.48の3タイプ、 $\gamma$ は0.10、0.90、および剛性比例減衰の場合(S1上)の3タイプの合計9モデル

の解析を行う。諸元を表1に示すとともに、図2、3にもプロットする。入力地震動は、エルセントロ NS、タフト EW、八戸 NS の観測波(50cm/sレベル)、告示極稀地震(八戸位相、神戸位相)およびセンター波 Level2 とする。

表1 解析モデル諸元

model	$\mu$	$\kappa$	$\gamma$	m1 (kN)	m2 (kN)	k1 (kN/cm)	k2 (kN/cm)	c1 (kN·s/cm)	c2 (kN·s/cm)	T (s)	$h^{(1)}$
p30	1.0	0.30	0.1	980.0	980.0	298.3	127.8	4.27	0.47	0.7	0.0378
q30			0.3					3.32	1.42		0.0500
r30			0.9					4.47	4.27		0.0857
p40	1.0	0.40	0.1	980.0	980.0	241.7	161.1	4.04	0.45	0.7	0.0500
q40			0.4					2.69	1.79		0.0500
r40			0.9					4.45	4.04		0.0494
p48	1.0	0.48	0.1	980.0	980.0	215.8	199.2	4.16	0.46	0.7	0.0638
q48			0.48					2.40	2.22		0.0500
r48			0.9					4.46	4.16		0.0343

各 $\kappa$ ごとに、剛性比例型減衰で設定されたq30、q40、q48の応答層間変形を基準にした各層の応答変形比を図7に示す。 $\kappa=0.4$ の場合は、p、r符号とも1.0に近い値であり、減衰配置にかかわらず減衰定数が同等であることが確認できる。 $\kappa=0.3$ の場合はr符号が1.0を下回り、一方、 $\kappa=0.48$ の場合は関係が逆転し、p符号が1.0を下回り、減衰配置の違いによる $h^{(1)}$ の変化と対応している。また、1層と2層の応答層間変形の比 $y_2/y_1$ を図8に示す。 $\kappa=0.4$ では1.0付近の値となり、 $\kappa=0.3$ では1.0を上回り、 $\kappa=0.48$ では1.0を下回る。これらの結果は、 $d_2^{(1)}/d_1^{(1)}$ の関係と対応した結果となっている。

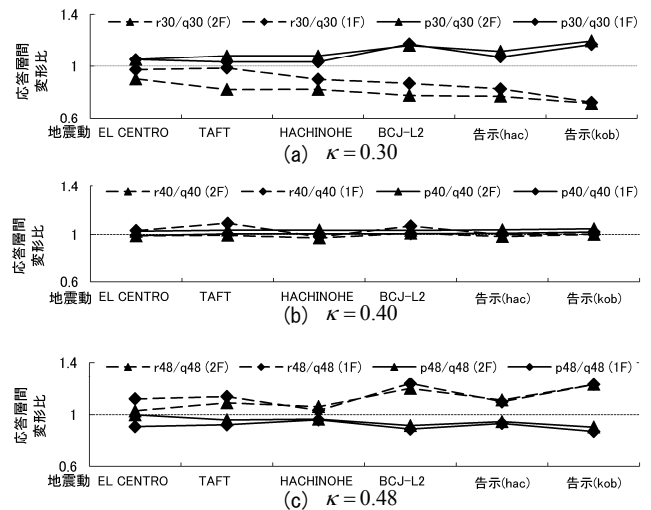


図7 応答層間変形比 (q符号で基準化)

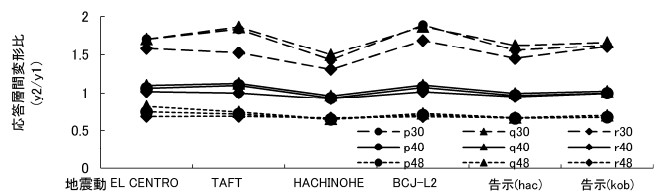


図8 応答層間変形比  $y_2/y_1$

### 4. まとめ

2質点のせん断質点系の粘性減衰モデルを対象に、一次減衰定数、定常振動の振幅についてパラメトリックな確認を行った。その結果、剛性比 $\kappa=k_2/(k_1+k_2)$ 、減衰比 $\gamma=c_2/(c_1+c_2)$ 平面上で、一次減衰定数の特性が2つの線S1、S2により区分されることを確認した。この区分線を境にした地震応答解析結果では特徴的な傾向が表れ、粘性減衰の層配置に関する基本的な性状が把握できることを確認した。