

粘性ダンパー                      非線形性                      エネルギー吸収  
減衰係数                          地震応答解析

1. はじめに

免震構造や制震構造で採用される粘性型のダンパーは、小振動から大振動までエネルギー吸収可能な高い性能を有している。現在よく使われている粘性型のダンパーは、速度と減衰力の関係が非線形となるバイリニア型または指数乗型（べき関数型）が多い。非線形性を表す特性パラメータは、指数乗型が1つであるのに対し、バイリニア型の場合2つとなり、性状の把握（グラフ化等）が煩雑となる。このため、バイリニア型ダンパーと等価な指数乗型ダンパーの設定について考察を行う。

2. 非線形性の特性指標と等価手法について

バイリニア型および、指数乗型ダンパーの速度  $v(>0)$  と減衰力  $F$  の関係を下式に示す。

- ・バイリニア型： $F = C_1 v_1 f_b(\mu, \tau)$  ..... (1)
- ・指数乗型： $F = C v^\alpha, 0 \leq \alpha \leq 1$  ..... (2)

ここで、一次減衰係数を  $C_1$ 、リリース速度を  $v_1$ 、リリース後の減衰係数を  $\tau C_1$ 、速度とリリース速度との比を  $\mu = v/v_1$ 、指数乗型の減衰係数を  $C$ 、指数値を  $\alpha$  とし、 $f_b(\mu, \tau)$  は図1のバイリニアの関数とする。外力として、円振動数  $p$ 、振幅  $d$  の  $y = d \sin(pt)$  の調和振動を与える。ダンパーの1サイクル当たりのエネルギー吸収量をタイプ別に示すと以下ようになる。

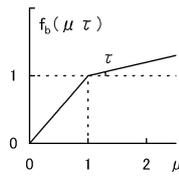


図1  $f_b(\mu, \tau)$

- ・バイリニア型： $\Delta W = B(\mu, \tau) \pi C_1 d^2 p$  ..... (3)

$$B(\mu, \tau) = (1-\tau) \{ \sin \beta(\mu) - \beta(\mu) \} / \pi + 1$$

$$\beta(\mu) = \begin{cases} 2 \cos^{-1}(1/\mu), & \mu \geq 1 \\ 0, & \mu < 1 \end{cases}$$

- ・指数乗型： $\Delta W = A(\alpha) \pi C d^{1+\alpha} p^\alpha$  ..... (4)

$$A(\alpha) = 2 / \sqrt{\pi} \cdot \Gamma((\alpha+2)/2) / \Gamma((\alpha+3)/2)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, (x > 0) : \text{ガンマ関数}$$

バイリニア型の場合、エネルギー吸収特性が初等関数で表され、表計算ソフトなどで簡単に求めることができる。一方、指数乗型では、

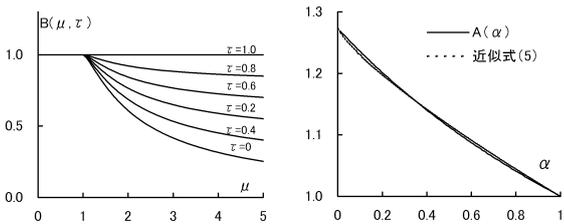


図2  $B(\mu, \tau)$

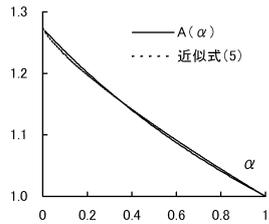


図3  $A(\alpha)$

$\Gamma$  関数で表現されるため、数値計算には困難を伴う。このため近似式として下式を提示する（図3）。

$$A(\alpha) = (1 - 4/\pi) \alpha^{0.8} + 4/\pi \dots \dots \dots (5)$$

応答値への影響の観点から、非線形性で配慮すべき点として、応答変位の変化によるエネルギー吸収量の変化の割合が上げられる。変位の変動による影響について、以下の考察を行う。 $y = d \sin(pt)$  で調和振動する場合のエネルギーの吸収量  $\Delta W$  のダンパーが、振動数  $p$  が同一で、変位  $d'$  で調和振動するときのエネルギー吸収量  $\Delta W'$  とする。 $\Delta W'/\Delta W$  は、下式ようになる。

- ・バイリニア型： $\Delta W'/\Delta W = B(\mu', \tau) / B(\mu, \tau) \cdot (\mu'/\mu)^2$  ..... (6)
- ・指数乗型： $\Delta W'/\Delta W = (d'/d)^{1+\alpha}$  ..... (7)

$\Delta W'/\Delta W$  を図4（上段）に示す。バイリニア型の場合、 $\mu$  と  $\tau$  の組み合わせにより、変位に対する  $\Delta W'/\Delta W$  が逆転するなど複雑な性状となる（ $\mu=0$ のグラフ参照）が、傾向としては、比較的低速度の状態に近い減衰力を発揮するような性状ほど線形との差が大きくなり、概ね  $\alpha, \mu, \tau$  の値が小さくなるほど、非線形性が強くなる。このとき変形と減衰力の履歴ループは、矩形の形状に近づく。参考に、 $T = 4.0s, d = 40(cm)$  の調和振動で  $\Delta W$  が等しくなるように係数を設定した粘性ダンパーの、速度 - 減衰力関係を図4（中段）に、履歴ループを図4（下段）に示す。

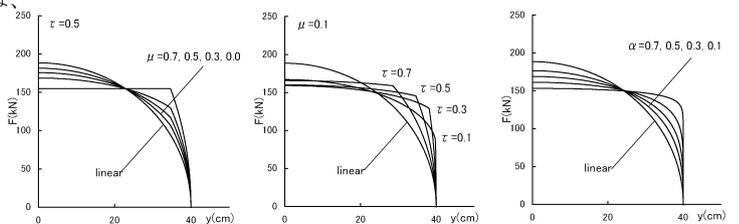
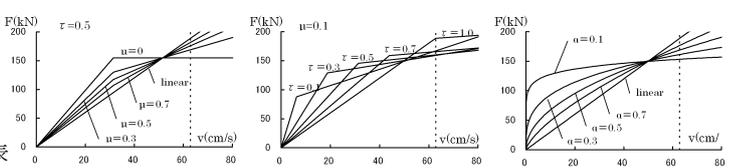
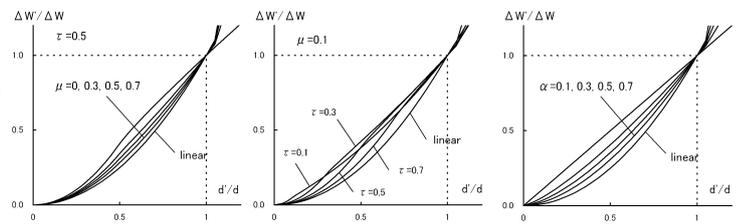


図4  $[d'/d - \Delta W'/\Delta W]$ (上段),  $[速度 - 減衰力]$ (中段),  $[変位 - 減衰力]$ (下段)

以上のような関係より、 $\Delta W$  と、最大減衰力  $F_M$  と最大変位  $d$  の積との比  $U$  を非線形性の程度を表す指標として、ダンパー特性を表現することを試みる。式(8)、(9)の  $U$  (図5) は無次元数であり、最大減衰力  $F_M$  と最大変位  $d$  を囲う長方形の面積に対する履歴ループの面積の比に対応する。分母の4は、 $C_1 = \infty$  かつ  $\tau = 0$  および、 $\alpha = 0$  の最も非線形性の強い場合に  $U = 1$  となるように正規化するための係数である。また、線形の場合  $U = \pi/4$  となる。

・バイリニア型 :  $U_b = \pi/4 \cdot \mu B(\mu, \tau) / f_b(\mu, \tau)$  ..... (8)

・指数乗型 :  $U_a = \pi/4 \cdot A(\alpha)$  ..... (9)

バイリニア型と等価な指数乗型の設定には、この特性指標  $U$  を用いる。方法は、 $\mu$ 、 $\tau$  を設定し式(8)から  $U_b$  を求め、 $U_a = U_b$  として式(9)から  $\alpha$  を求める。この際、近似式(5)を利用することが出来る。 $\mu$ 、 $\tau$  を変数として求めた等価な  $\alpha$  を図6に示す。 $\mu$  の増加に伴い、 $\tau = 0$  の場合には  $\alpha = 0$  に漸近し、その他の場合には  $\alpha = 1$  に漸近する。

### 3. 地震応答解析

特性指標  $U$  を用いて置換した等価な指数乗型の設定方法の妥当性を確認するために、地震応答解析を行う。一質点 ( $M, K_f$ ) 構造に Maxwell モデルのダンパーが組み込まれたモデルを対象とする (図

7)。  $M = 60.0 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$ 、 $K_f = 148.0 \text{ kN} / \text{cm}$ 、フレームのみの周期  $T_f = 4.0 \text{ s}$ 、フレームの減衰 0 とし、Maxwell モデルは、ばねを  $k = 200.0 \text{ kN} / \text{cm}$ 、ダッシュポットについては、 $d = 40 \text{ (cm)}$ 、 $p = 2\pi / 4.0 = 1.57 \text{ (1/s)}$  の調和振動で  $\Delta W$  が等しい 3 タイプ (表1) を設定した。等価指数  $\alpha$  は  $v = 40 \times 1.57 = 62.8 \text{ (cm/s)}$  として求めた。また、等価線形型の応答解析も行い、減衰係数は  $C_e = \Delta W / (\pi p d^2)$  により求めた。入力地震動は、センター波 L2、告示波 L2 (八戸位相)、告示波 L2 (神戸位相) とした。各タイプについて、図8の上段に  $F$ 、 $v$  の関係、中段に  $d'/d$ 、 $\Delta W'/\Delta W$  の関係、下段に最大応答変位を示す。タイプ1、2では非線形性状および、応答値において、バイリニア型と等価指数乗型との対応が良好である。タイプ3では等価指数乗型、等価線形型が同程度の誤差の応答となっている。これは、 $U$  値が線形 ( $\pi/4 \approx 0.785$ ) の数値に近くなること、リリース速度が最大応答値付近となり複雑な挙動を示していることが考えられる。 $\mu = 62.8 / 50 \approx 1.26$  であり、図6の勾配の大きい部分となるため、等価  $\alpha$  の設定にセンシティブな領域であることに対応している。

### 4. まとめ

非線形減衰の特性指標  $U$  を提案し、バイリニア型ダンパーと等価な指数乗型の設定を試み、地震応答解析により妥当性確認を行った。

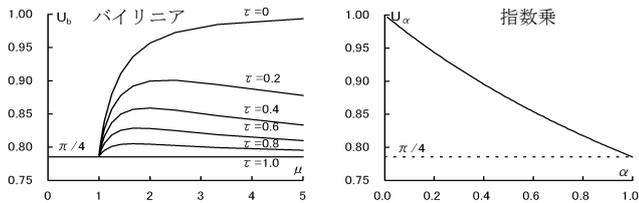


図5 非線形特性指標  $U$

表1 減衰諸元

TYPE	バイリニア						等価指数乗				等価線形		
	$C_1$ (kN·s/cm)	$\tau$	$v_1$ (cm/s)	$F_1 = C_1 \times v_1$ (kN)	$F_M$ (kN)	$U$	$C$ (kN·s/cm <sup>1.5</sup> )	$\alpha$	$F_M$ (kN)	$U$	$C_e$ (kN·s/cm)	$F_M$ (kN)	$U$
1	47.3	0.0677	10.0	472.7	641.8	0.930	224.0	0.254	641.8	0.930	12.1	759.9	0.785
2	18.8	0.0677	32.0	609.0	639.2	0.934	237.8	0.239	639.2	0.934	12.1	759.9	0.785
3	13.4	0.0677	50.0	671.9	683.6	0.873	84.5	0.505	683.6	0.873	12.1	759.9	0.785

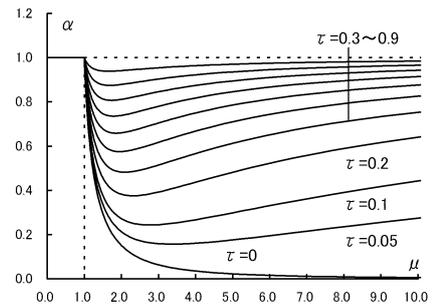


図6 等価  $\alpha$

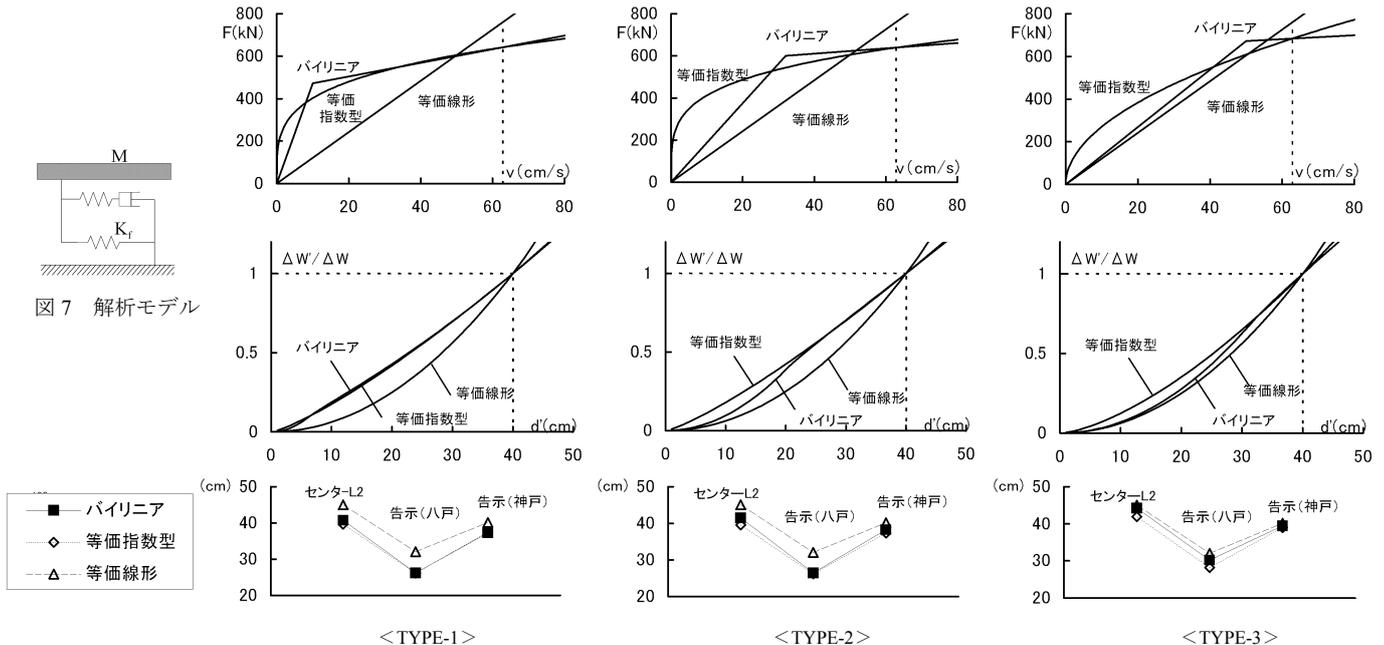


図8 各タイプの[速度-減衰力](上段),  $[d' - \Delta W' / \Delta W]$ (中段), [最大応答変位](下段)